

1909.

LIBRARY  
MICHIGAN STATE NORMAL  
COLLEGE

N<sup>o</sup> 14.

# ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. E. WIERMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

BAND 30. HEFT 4.

DER GANZEN REIHE 335. BANDES 4. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEHEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.



LEIPZIG, 1909.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

DÜRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den  
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in  
15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.

(Ausgegeben am 30. November 1909.)

# Inhalt.

	Seite
1. Wilhelm Matthies. Über das H. Hertz'sche Entladungsphänomen und die damit zusammenhängenden Erscheinungen der Aureole des Funken-, Glimm- und Bogenstromes . . .	633
2. J. del Pulgar und Th. Wulf. Allgemeine Theorie elektrostatischer Meßinstrumente mit besonderer Berücksichtigung des Quadrantelektrometers . . . . .	697
3. Hermann von Dechend. Spektralanalytische Untersuchung des Glimmlichtes an Spitzen . . . . .	719
4. F. Paschen. Über die Seriensysteme in den Spektren von Zink, Cadmium und Quecksilber . . . . .	746
5. P. Debye. Das Verhalten von Lichtwellen in der Nähe eines Brennpunktes oder einer Brennnlinie . . . . .	755
6. Alfred Coehn und U. Raydt. Über die quantitative Gültigkeit des Ladungsgesetzes für Dielektrika . . . . .	777
7. A. Scheye. Über die Fortpflanzung des Lichtes in einem bewegten Dielektrikum . . . . .	805
8. Paul Eversheim. Wellenlängennormale im Eisenspektrum .	815
9. Max Born. Berichtigung zu der Arbeit: Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips .	840

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: Würzburg, Pleicherring 8.

## Ehrhardt & Metzger Nachf. (Inhaber: K. Friedrichs.) — Darmstadt. —

Fabrik und Lager chemischer, elektrochemischer und physikalischer  
Apparate und Gerätschaften.

Komplette Einrichtungen chemischer und physikalischer  
Laboratorien. Mikroskopische Utensilien. Sterilisierungsapparate.  
Brutschränke. Resistenzglas. Weber'sches Glas. Jenaer und  
Böhmische Glaswaren.

**Spezialapparate für Elektrochemie und Physik.**

**Mechanische Werkstätten. Tischlerei.**

===== Chemikalien erster Firmen zu Originalpreisen. =====

Vielfache Auszeichnungen. — Export nach allen Weltteilen.

e

3

7

9

3

5

7

5

5

0

n

n

oe

-

.)

o.

d

=





## ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 30.

1. *Über das H. Hertzsche Entladungsphänomen  
und die damit zusammenhängenden  
Erscheinungen der Aureole des Funken-, Glimm-  
und Bogenstromes;  
von Wilhelm Matthies.*

## Kapitel I.

## Einleitung.

Die vorliegende Experimentaluntersuchung bezweckt einige bei der selbständigen elektrischen Strömung in Gasen auftretende, bisher wenig beachtete Erscheinungen zu verfolgen, die Bedingungen für das Auftreten derselben zu ermitteln und eine Erklärung auf Grund des Experimentes vom Standpunkte der Ionentheorie zu geben.

Die in Frage stehenden Erscheinungen, die zum großen Teil schon vor vielen Jahren entdeckt worden sind, in einer Zeit, wo es allerdings noch fast vollständig an einer gleichmäßig befriedigenden, einheitlichen Theorie der Elektrizitätsleitung in Gasen fehlte, wo außerdem die experimentellen Hilfsmittel erheblich unvollkommener als jetzt waren, haben im allgemeinen in der einschlägigen Literatur wenig oder gar keine Beachtung gefunden und sind bisher, abgesehen von einigen weiter zurückliegenden Arbeiten, von der quantitativ experimentellen Untersuchung unberücksichtigt geblieben. Dies hat wohl in erster Linie seinen Grund darin, daß einerseits die fraglichen Erscheinungen im allgemeinen nur unscheinbar und einer quantitativen Untersuchung schwer zugänglich sind. Andererseits hängt es wohl damit zusammen, daß zunächst andere, das Wesen der Gasentladung bedingende, wichtigere Vorgänge durchforscht werden mußten.<sup>1)</sup>

1) Vgl. G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität 4.<sup>2</sup> Braunschweig 1885; O. Lehmann, Die elektrischen Lichterscheinungen oder Annalen der Physik. IV. Folge. 30.

Die vorliegende Untersuchung bezieht sich auf die Lichthülle oder Aureole der selbständigen elektrischen Strömungen und gewisse eng hiermit zusammenhängende Erscheinungen.

Obwohl der elektrische Funke schon sehr lange bekannt ist, scheint man bis zum Jahre 1845 die schwach leuchtende, je nach der Natur des Gases und der Elektroden verschieden gefärbte Gashülle oder Aureole, welche die eigentliche, glänzende Funkenbahn umgibt, nicht beachtet zu haben. Neef<sup>1)</sup> hat wohl das Verdienst, diese Erscheinung zuerst als etwas Besonderes erkannt und beschrieben zu haben. Während seine Untersuchungen mit Hilfe des Mikroskops am Öffnungsfunken des Wagnerschen Hammers angestellt wurden, beobachtete unabhängig von ihm Th. du Moncel<sup>2)</sup> die gleiche Erscheinung mit unbewaffnetem Auge am kräftigen Induktionsfunken eines Ruhmkorffschen Induktoriums. Er findet unter anderem, daß die grünlich gelbe Lichthülle besonders intensiv und einer Flamme ähnlich wird, wenn die Elektroden mit ätherischen Ölen bestrichen sind. Auch zeigt er bereits die leichte Beeinflussbarkeit der leuchtenden Atmosphäre durch einen Luftstrom. Er scheint der Ansicht gewesen zu sein, daß die Erscheinung eine sekundäre, die eigentliche Entladung begleitende ist.

A. Perrot<sup>3)</sup> kommt dagegen auf Grund einer Reihe von Untersuchungen über denselben Gegenstand zu dem Ergebnis, daß die Aureole einen selbständigen Entladungsvorgang darstellt („l'atmosphère lumineuse a une existence propre, indépendante du trait de feu“; „les traits de feu sont une décharge d'électricité statique, et l'atmosphère qui les entoure sont comme une décharge d'électricité à l'état dynamique“.

Lissajous<sup>4)</sup> bewies bereits 1859 mittels des Drehspiegels, daß die Aureole sich erst mit oder kurze Zeit nach dem außer-

---

Entladungen, Halle 1898; J. Stark, Die Elektrizität in Gasen, Leipzig 1902; J. J. Thomson, Conduction of Electricity through Gases, Cambridge 1906, deutsch, übersetzt von E. Marx, Leipzig 1906.

1) Neef, Pogg. Ann. **66**. p. 414. 1845.

2) Th. du Moncel, Compt. rend. **37**. p. 995. 1853; **40**. p. 312. 1855; Pogg. Ann. **95**. p. 175. 1855; Recherches sur la non-homogénéité de l'étincelle d'induction, Paris 1860.

3) A. Perrot, Compt. rend. **49**. p. 175 u. p. 355. 1859; Ann. de chim. et phys. **61**. p. 200. 1861.

4) Lissajous, Compt. rend. **49**. p. 1009. 1859.

ordentlich kurz andauernden Funken bildet und diesen erhebliche Zeit überdauert.

Unabhängig von den vorher genannten Autoren hat Hr. O. Lehmann<sup>1)</sup> später Aureolerscheinungen beschrieben und untersucht. In dem eingangs zitierten Werke über die elektrischen Lichterscheinungen vertritt er die Ansicht, daß dieselben ebenso wie die gewöhnlichen, typischen Glimmstromgebilde durch die in ihnen verlaufenden Strömungslinien erzeugt werden, demnach also einen Teil des Entladungsgebietes darstellen.

Einer Bemerkung H. Hertz's<sup>2)</sup> zufolge sind Hrn. E. Goldstein höchstwahrscheinlich zur selben Zeit eng hiermit zusammenhängende Phänomene bekannt gewesen.

Anläßlich einer Reihe von Untersuchungen über die Entladung des Induktoriums sind von Hrn. Fr. Klingelfuss<sup>3)</sup> Beobachtungen und Versuche über die Funkenareole angestellt. Er gelangt zu dem Resultat, daß die „blaue Funkenentladung und die Aureole zwei nebeneinander herlaufende besondere Ströme sind, deren Phasen um so weiter auseinander liegen, je größer die Intensität in der Aureole ist“. Nach meinen Untersuchungen scheint hier eine irrthümliche, auch sonst anzutreffende Benutzung des Begriffs „Aureole“ vorzuliegen. Was Hr. Klingelfuss mit Aureole bezeichnet, ist offenbar die lichtbogenartige Phase der Funkenentladung, welche der einleitenden Glimmstromentladung (als blaue Funkenentladung unterschieden) folgt.<sup>4)</sup> Wir werden zeigen, daß beide Entladungsformen eine „Aureole“, d. h. eine die Strombahn umgebende, schwach leuchtende Lichthülle besitzen. Wegen der sehr viel größeren Stromstärke während der Lichtbogenphase ist die hierbei auftretende Aureole allerdings auch sehr viel intensiver, als bei der Glimmstromphase.

Unabhängig von den soeben angeführten Autoren hat H. Hertz<sup>5)</sup> im Jahre 1883 ein Entladungsphänomen beob-

1) O. Lehmann, Zeitschr. f. Kryst. 1. p. 469. 1877; Wied. Ann. 11. p. 700. 1880; Die elektr. Entladungen, Halle 1898.

2) H. Hertz, Wied. Ann. 19. p. 78. 1883.

3) Fr. Klingelfuss, Wied. Ann. 5. p. 1211. 1902; Verh. d. nat. Ges. in Basel 15. 1901.

4) Vgl. J. Stark, Wied. Ann. 12. p. 712. 1903.

5) H. Hertz, l. c. p. 78.

achtet und kurz verfolgt, das auf den ersten Blick nichts mit den soeben beschriebenen Erscheinungen zu tun zu haben scheint. Da die vorliegende Untersuchung von dieser Beobachtung ausgeht, sei eine kurze Beschreibung des Phänomens an dieser Stelle gestattet.

Sendet man die Entladung eines Induktoriums von 4—5 cm Funkenlänge, eventuell unter Zwischenschaltung einer Leydener Flasche von ca. zwei „Quadratfuß Belegung“ durch die in der

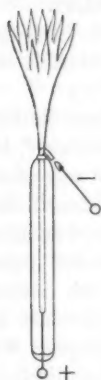


Fig. 1.

(Nach H. Hertz,  
Wied. Ann. 19.  
1883.)

nebenstehenden Fig. 1 gezeichnete Vorrichtung, die aus „einem nicht zu eng ausgezogenen Glasrohre, einer innerhalb derselben befindlichen und einer außerhalb derselben in der Nähe der Mündung angebrachten Elektrode besteht“ und unter dem mit gut getrockneter, atmosphärischer Luft gefüllten, auf etwa 30—50 mm Hg evakuierten Rezipienten einer Luftpumpe angebracht ist, so beobachtet man das folgende Phänomen. „An der Kathode sitzt das blaue negative Glimmlicht, es folgt gegen die Anode hin der einen oder mehrere Millimeter breite dunkle Raum, von dessen Grenze bis zur Anode ein roter Streifen von 1—2 mm Durchmesser den Weg der Strombahn bezeichnet. Dieser Streifen füllt bei jeder der beiden Stromrichtungen den größten Teil der Länge des Glasrohres und biegt an dessen Mündung scharf gegen den außerhalb befindlichen Pol um. Außerdem aber bemerkt man einen aus der Mündung des Rohres geradlinig hervorspringenden, scharf begrenzten Strahl von braungelber Farbe, von etwa 4 cm Länge und von der in der Zeichnung Fig. 1 angedeuteten Gestalt“.

Bezüglich der Einzelheiten der Hertzschen Untersuchung verweise ich auf die genannte Abhandlung.

Auf Grund seiner Versuche kommt Hertz zu dem Ergebnis, daß das strahlenartige Gebilde aus leuchtenden Gasmassen besteht, welche durch die ihnen zufolge der gesteigerten Temperatur erteilten Expansivkräfte aus dem Innern des Rohres herausgeschleudert werden. Doch ist er der Ansicht, daß diese Erklärungsweise zur Beschreibung der Erscheinung nicht aus-

reichend ist, vielmehr glaubt er zu der Annahme berechtigt zu sein, daß die bewegten Gasmassen auch noch Geschwindigkeitskomponenten in Richtung der Strombahn besitzen, die sie allein elektrischen Kräften verdanken. Er zeigt zwar, daß die Erscheinung auch bei Atmosphärendruck erhalten und in beliebige Formen kontinuierlich überführt werden kann, daß ferner eine gewisse Ähnlichkeit mit der Funkenaureole besteht, doch scheint er nicht ganz von der Identität beider Phänome überzeugt gewesen zu sein.

G. Wiedemann bringt in seiner Lehre von der Elektrizität eine Beschreibung der Hertz'schen Erscheinung, ohne jedoch näher auf dieselbe einzugehen.

Hr. O. Lehmann<sup>1)</sup> gibt dagegen in seinem mehrfach zitierten Werke eine Erklärung des Phänomens. Er faßt es, unter Bezugnahme auf eine Beobachtung des Hrn. Lecher<sup>2)</sup>, als einen Lichtbogen auf und zwar als ein von elektrischen Strömungslinien erfülltes Entladungsgebiet.

Auch bei der im Jahre 1800 von Davy entdeckten Bogenentladung, die nach unserer heutigen Auffassung einen Grenzfall der Glimmentladung darstellt, hat man sehr bald eine Aureolerscheinung beobachtet, die schon rein äußerlich der Färbung nach mit der Aureole des Induktions- bzw. Kondensationsfunken verwandt zu sein scheint. Die Ähnlichkeit tritt besonders bei der starken Entladung eines mittels Wehnelt- oder Turbinenunterbrechers betriebenen Funkentransformators hervor.

Besonders glänzend und ausgedehnt wird die Aureole des Lichtbogens bei Verwendung imprägnierter Kohlen und hochgespannten Gleich- oder Wechselstromes im luftverdünnten Raume. Bei genügend hochgespannten und starken Strömen kann man nach Hrn. J. Görges mehrere Meter hohe Aureolgebilde erhalten.<sup>3)</sup>

Bezüglich der Erklärung der Lichtbogaureole stehen sich bis jetzt zwei wesentlich verschiedene Auffassungen gegenüber. Nach der einen, unter anderen von Crookes und Tesla

---

1) O. Lehmann, l. c. p. 284 u. 289.

2) E. Lecher, Wied. Ann. 33. p. 609. 1888.

3) Vgl. J. Görges, Elektrotechn. Zeitschr. 18. p. 214. 1897.

vertretenen, kommt sie durch chemische Prozesse zustande.<sup>1)</sup> Man faßt sie als gewöhnliche Flammenerscheinung auf. Daß diese Erklärung unzutreffend ist, kann unter anderem daraus geschlossen werden, daß bekanntlich auch Lichtbogaureolen in elementaren Gasen möglich sind.

Die zweite Auffassung, welche unter anderen von Hrn. O. Lehmann vertreten wird, hält in der Aureole vorhandene Strömungslinien für die Existenzbedingung der Aureole. Sie stellt hiernach einen Teil des Entladungsgebietes dar.

Endlich muß in diesem Zusammenhange noch eine zuerst an der Hewittschen Quecksilberdampf Lampe<sup>2)</sup> beobachtete, von Hrn. J. Stark<sup>3)</sup> und Reich etwas genauer verfolgte Erscheinung Erwähnung finden, die nach den Untersuchungen des Verfassers vorliegender Arbeit aufs engste mit den vorgenannten Aureolerscheinungen verwandt ist.<sup>4)</sup> Die genaue Beschreibung derselben ist in Kap. V gegeben.

Aus den mitgeteilten Daten über unsere jetzige Kenntnis der Aureolphänomene dürfte zu entnehmen sein, daß eine genauere Untersuchung der fraglichen Erscheinungen am Platze ist.

Im folgenden werden behandelt: Das Hertzsche Entladungsphänomen, die Funkenareole, die Aureolerscheinungen der Gleichstrom-Glimmentladung, der Quecksilberdampf Lampe und des gewöhnlichen Kohlelichtbogens bei Atmosphärendruck. Es sind zunächst nur die allgemeinen Ergebnisse angegeben; bezüglich der ersten drei Erscheinungen sind auch eine Reihe speziellerer Resultate aufgeführt. Die Ergebnisse der spektralanalytischen Untersuchung sind in der vorliegenden Abhandlung nicht berücksichtigt; sie werden demnächst besonders mitgeteilt werden.

1) Auch J. Stark neigt dieser Ansicht zu: Vgl. Winkelmann, Handbuch d. Physik 4. p. 528. Leipzig 1905.

2) Vgl. P. C. Cooper-Hewitt, Der Mechanismus 9. p. 136. 1901.

3) J. Stark, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 5. p. 81. 1903; Physik. Zeitschr. 4. p. 440. 1903; Ann. d. Phys. 12. p. 673. 1908; J. Stark u. K. Reich, Physik. Zeitschr. 4. p. 321. 1903.

4) Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden demnächst a. g. O. besonders mitgeteilt.

## Kapitel II.

## Untersuchung des Hertz'schen Phänomens.

## I. Vorversuche, Passivität des Wasserstoffs.

Zunächst wurden, unter genauer Beobachtung der von Hertz beschriebenen Versuchsanordnung und unter möglichster Beibehaltung der Dimensionen der Apparatur die Hertz'schen Versuche wiederholt. Es zeigte sich, daß von unwesentlichen Abweichungen abgesehen alles in der Weise erhalten werden konnte, wie es in der genannten Abhandlung beschrieben ist. Nur die Erscheinung der von Hertz gefundenen gewissen Passivität des Wasserstoffs habe ich nicht beobachten können, obwohl die Versuche unter den denkbar verschiedensten Bedingungen angestellt wurden. Diese, vom genannten Autor unter gewissen, aber nicht auffindbaren Bedingungen wahrgenommene Passivität besteht in folgendem. Er fand, daß der „Strahl“ zwar beim Wasserstoff, der aus Zink in verdünnter Schwefelsäure dargestellt wurde, unter allen Umständen durch seine thermische, bzw. mechanische Wirkung zu konstatieren war, daß aber gelegentlich das Leuchten ausblieb, was bei den übrigen untersuchten Gasen niemals beobachtet worden war. Dieses konnte erst durch kräftige Kondensator-entladungen wieder hervorgerufen werden; doch verschwand es unter diesen Umständen sehr bald wieder, ohne daß es bei der gleichen Gasfüllung wieder erhalten werden konnte.

Der vom Verfasser benutzte Wasserstoff, der entweder aus reinem, von Merck bezogenen Zink in verdünnter Schwefelsäure, oder aber in den weitaus meisten Fällen auf elektrolytischem Wege dargestellt worden war, wurde in bekannter Weise sorgfältig getrocknet und von Sauerstoff und anderen Verunreinigungen durch vorgeschaltete Absorptionsmittel gereinigt. *In jedem Falle* wurde bei passendem Druck ein schwach bläulich gefärbter „Strahl“ von allerdings recht geringer Leuchtkraft erhalten.

Bei den ersten Versuchen benutzte ich Entladungsvorrichtungen, die als innere Elektrode Aluminium, als äußere ein über das Glasrohr gestülptes Messingsrohr enthielten und mittels roten Siegelackes in ein weites Gefäß eingekittet waren, das mit einer Luftpumpe in Verbindung stand. Da ich bei



dieser Anordnung unter Benutzung kräftiger Kondensator-entladungen sehr häufig vom zerstäubten Elektrodenmaterial herrührende Fremdfärbungen und chemische Reaktionen zwischen Gas und Metall beobachtete, habe ich bei späteren Versuchen stets reine Platinelektroden benutzt, die keine Störungen in dieser Richtung bewirkten.

Ich fand, daß schon spurenweise Verunreinigungen der Elektrodenoberfläche usw. die Färbung des Strahlgebildes stark verändern können und zwar vor allem, was ja einleuchtend ist, bei Anwendung starker Kondensatorentladungen. Spuren von Wasserdampf genügen schon, die Intensität des Leuchtens in allen Gasen auf fast Null zu reduzieren, worauf übrigens Hertz selbst unter Anführung eines Hinweises von E. Goldstein aufmerksam macht. Auch bei den Leuchterscheinungen in gewöhnlichen Geisslerschen Röhren zeigen sich bekanntlich ähnliche Wirkungen. Wir werden an späterer Stelle Gelegenheit nehmen, auf den Einfluß des Wasserdampfes näher einzugehen.

Gestützt auf meine zahlreichen Beobachtungen und unter Bezugnahme auf die genugsam bekannte Tatsache des enormen Einflusses, den spurenweise Verunreinigungen unter Umständen auf die Lumineszenzphänome haben können, glaube ich zu der Annahme berechtigt zu sein, die rätselhafte Erscheinung der Passivität des Wasserstoffs auf Verunreinigungen zurückzuführen. Ich glaube hierzu um so mehr Veranlassung zu haben, als Hertz seine Behauptung einzig und allein darauf gründet, daß er mit Sicherheit das Spektrum des leuchtenden Wasserstoffes als durchaus rein erkannt zu haben glaubt. Meine Versuche mit zahlreichen, ganz verschiedenen Entladungsvorrichtungen haben ergeben, daß bei reinster Wasserstofffüllung, die mit Hilfe eines mit dem System in Verbindung stehenden Geisslerschen Rohres spektralanalytisch kontrolliert wurde, selbst bei Anwendung sehr viel größerer Energiemengen des erregend elektrischen Systems, als sie von Hertz benutzt wurden, *niemals ein so stark lumineszierendes Gebilde zu erhalten ist*, daß man auch nur annähernd das Spektrum subjektiv analysieren könnte. Nähere Einzelheiten hierüber werden demnächst bei Mitteilung der Ergebnisse der spektralanalytischen Untersuchung den Aureolerscheinungen folgen.



Ich bin zu der Ansicht gelangt, daß das von Hertz gelegentlich beobachtete stärkere Leuchten demnach überhaupt nicht dem Wasserstoff, sondern einem etwa auf den Elektroden oder dem Glasrohre niedergeschlagenen, leichtflüchtigen Stoffe zukam, der durch die starke Erwärmung beim Durchgang der Kondensatorentladungen fortgetrieben wurde und sich darauf an kalten, entfernten Stellen außerhalb der Strombahn im Gasraume niedergeschlagen hat. Wie schon in der Einleitung bemerkt, hat bereits Th. du Moncel festgestellt, daß leichtflüchtige Öle das Leuchtvermögen der Aureole in hohem Maße begünstigen können. Ich selbst habe zahlreiche organische Verbindungen im Dampfstadium untersucht und zum Teil glänzende Aureolerscheinungen bei ihnen beobachtet. Ich sehe von einer Beschreibung ab, da in allen Fällen starke Zersetzung eintrat (z. B. Benzol, Äther, Schwefelkohlenstoff, Naphthalin, Anthracen, Kampher).

Vielleicht hat das von Hertz beobachtete stärkere Leuchten auch den folgenden Grund gehabt.

Befindet sich außer der eingangs beschriebenen Entladungsvorrichtung noch ein weiterer, eventuell geerdeter Leiter im verdünnten Gasraume (bei der Hertz'schen Anordnung war dies wohl der Fall, denn als Entladungsraum diente der Rezipient einer Metalluftpumpe), so können, wie der Versuch lehrt, leicht bei Anwendung kräftiger Kondensatorschwingungen Entladungen zwischen jener eigentlichen Entladungsvorrichtung und den sonstigen Metallteilen übergehen. Man erhält dann unter Umständen relativ starke Lumineszenz, die sich eventuell spektroskopisch untersuchen läßt. Sie ist aber dann nicht mehr Begleiterscheinung der Aureole, sondern solche der eingetretenen diffusen Glimmentladung.

## II. Versuchsanordnung.

Um die Hertz'sche Erscheinung zwecks näherer Untersuchung möglichst deutlich und intensiv zu erhalten, wurden Versuche mit den verschiedenartigsten Entladungsvorrichtungen und unter möglichst verschiedenen Bedingungen der elektrischen Erregung ausgeführt. Die Darstellung der Durchführung dieser Versuche dürfte wenig Interesse haben. Ich beschränke mich daher auf die Angabe einiger Resultate und die Beschreibung

der Vorrichtung und Anordnung, die mir für meine Zwecke am geeignetsten erschien.

Es ergab sich allgemein:

1. daß die Erscheinungen um so schöner und glänzender werden, je umfangreicher der Entladungsraum ist, in dem die früher beschriebene Vorrichtung angebracht ist,

2. daß das von Hertz beobachtete Druckoptimum unter sonst gleichen Bedingungen um so höher liegt, je kleiner die Dimensionen der Entladungsvorrichtung sind.

Eine der endgültigen Formen der von mir benutzten Entladungsvorrichtungen, sowie die meist benutzte Art der elektrischen Erregung ist schematisch in Fig. 2 wiedergegeben.

Ein ca. 5 cm weites zylindrisches Glasrohr von ca. 30 cm Höhe trägt bei *D* in einer Doppel-lötung das Glasrohr *R* von ca. 0,8 cm lichter Weite, das von einem ca. 5 cm langen Platinmantel *Z* eng umschlossen wird. Die bei *D* eingeschmolzene Elektrode *E*<sub>2</sub>, sowie der mit dem Platinzylinder verbundene ebenfalls eingeschmolzene Draht *E*<sub>1</sub> stehen mit den Polen der Stromquelle usw. in Verbindung. Durch das Rohr *Q* kommuniziert der Entladungsraum mit einer mit Phosphorpentoxyd gefüllten Trockenvorlage, einem Quecksilbermanometer und einer zweistufigen, mittels eines Elektromotors angetriebenen Ölluft-

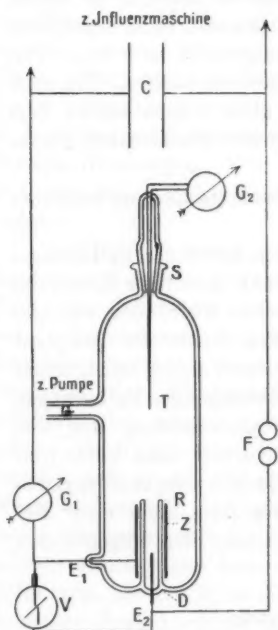


Fig. 2.

pumpe. Der Schliff *S* ermöglicht das Einführen eines feindrähtigen Thermoelementes *T*. Bei anderen Rohren waren seitliche Schliffe angebracht, durch die sonstige, zum Prüfen der mechanischen und optischen Eigenschaften dienende Vorrichtungen eingebaut werden konnten.

Zur Messung der quadratischen Mittelwerte der durch das Entladungsrohr gehenden Stromstärke war bei  $E_1$  entweder ein Edelmannsches Hitzdrahtinstrument mit Spiegelablesung und geeigneten, selbstinduktionsfreien Nebenschlüssen, ein Vakuumthermoelement, oder ein Bolometer in der Rubens-Paalzowschen Anordnung mit objektiver Ablesung der Stromstärke an einem Milliampereometer eingeschaltet. Bei dem Thermokrenz durchfloß der zu messende Strom einen Konstantandraht, an den mit Hilfe von Silberlot die Lötstelle des feindrähtigen Konstantan-Eisenthermoelements angelötet war. Die elektromotorischen Kräfte wurden direkt mit einem empfindlichen Deprez-d'Arsonval-Galvanometer ermittelt (Empf.  $2 \cdot 10^{-9}$ ).

Die Eichung erfolgte in allen Fällen mit Gleichstrom, der an einem Westoninstrument der Nadir-Gesellschaft gemessen wurde.

Die effektive Spannung an den Elektroden des Entladungsrohres wurde bei  $V$  mit Hilfe eines Braunschen oder eines Quadrantelektrometers in der von Warburg angegebenen Form bestimmt.

### III. Abhängigkeit von der elektrischen Erregung.

Die Abhängigkeit des Phänomens von der elektrischen Anordnung und Erregung betreffend, ergab sich das folgende. Wegen der etwas komplizierten Vorgänge bei der Entladung eines Induktoriums wurden zunächst die Versuche mit einer 60-plattigen, von Leuner-Dresden stammenden Influenzmaschine ausgeführt, die im Maximum ca.  $5 \cdot 10^{-3}$  Amp. lieferte und durch einen kleinen  $\frac{1}{2}$ -pferdigen Elektromotor angetrieben wurde. Das äußerst reichlich sich in der Maschine entwickelnde Ozon wurde mittels einer gut fördernden Wasserstrahlpumpe abgesaugt.

Wurde das vorher beschriebene Entladungsrohr direkt, ohne Zwischenschaltung eines Kondensators mit der Stromquelle verbunden, so erhielt man bei geeigneter Verdünnung die gewöhnliche Glimmentladung, ohne daß zunächst etwas von einem aus  $R$  hervorschießenden „Strahl“ zu sehen war. Bei einer Füllung mit atmosphärischer Luft von ca. 8 mm Druck ließ sich allerdings bei längerer, genauer Beobachtung

im verdunkelten Zimmer eine äußerst schwach gelblich leuchtende, winzige Kuppe über der Mündung  $R$  des Rohres wahrnehmen, die mit den eigentlichen Gebilden der zwischen  $E_2$  und  $Z$  übergehenden Glimmentladung nichts zu tun zu haben schien. Beim Kommutieren des Stromes verändert sich das Aussehen der Erscheinung ein wenig, was aber nicht verwunderlich ist wegen der Unsymmetrie der Entladungsvorrichtung und der beim Kehren des Stromes dadurch herbeigeführten Verschiebung der Strömungslinien und der Veränderungen der Kathoden- und Anodengebilde. Die an den Klemmen des Rohres gemessene Spannungsdifferenz betrug etwa 800 Volt, die Stromstärke ca. 4 Milliamp. Ein in den Stromkreis eingeschaltetes empfindliches Telephon zeigte ein leises Geräusch an, während die Prüfung mit dem Drehspiegel Kontinuität der Entladung ergab. Durch Vergrößern der Umdrehungsgeschwindigkeit der Influenzmaschine konnte die Stromstärke auf ca. 5,5 Milliamp. gebracht werden, ohne daß sich eine merkliche Zunahme der Intensität der nur dem ausgeruhten Auge sichtbaren Erscheinung feststellen ließ.

Wie sich durchweg beim Einschalten einer Funkenstrecke der ganze Charakter der Glimmentladung ändert<sup>1)</sup>, so zeigt es sich auch hier, daß die Ausbildung der Hertz'schen Erscheinung außerordentlich durch eine solche begünstigt wird. Bei einer Funkenstrecke (in Fig. 2 mit  $F$  bezeichnet) von 2—3 mm erhielt ich ein dem von Hertz beschriebenen durchaus analoges Gebilde von mehreren Zentimetern Höhe, dessen Intensität so groß war, daß es sich im unverdunkelten Zimmer wahrnehmen ließ. Durch das Einschalten der Funkenstrecke, in der helleuchtende, knatternde, abgerissene Funken übergehen müssen (die man zweckmäßig durch einen darüber gestülpten Deckel abblendet), erreicht man, daß die während einer Partialentladung durch das Rohr gehende Stromstärke ganz erheblich viel größer, als bei ihrer Abwesenheit wird. Denn Rohr, Leitung und Influenzmaschine stellen ein System mit einer gewissen Kapazität dar, das wegen der gesteigerten Spannungsamplitude stärker aufgeladen wird. Demgemäß werden

1) Vgl. H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie. Leipzig 1907; A. Hagenbach-Konen, Atlas der Emissionsspektren. Jena 1905. p. 66; G. N. Taylor, Phys. Rev. (5) 18. p. 321. 1904.

bei disruptiven Entladungen mit Funkenstrecke auch die thermischen und elektrischen Effekte pro Entladung kräftiger. Aus diesem Grunde läßt sich die Intensität der Erscheinung auch noch erheblich durch Vergrößerung der Kapazität erhöhen, indem man einen Kondensator vor die Pole der Influenzmaschine schaltet. Bei einer Kapazität von  $1,7 \cdot 10^{-3}$  Mikrof. und einer Funkenstrecke von 2—3 mm zwischen kugelförmigen Zinkelektroden von 1,5 cm Durchmesser erhielt ich in Luft ein Strahlgebilde von einer Höhe bis zu 30 cm. Besonders schön und glänzend wurde das „Strahlgebilde“, als ich durch Einbauen der Entladungsvorrichtung (nach Art der Fig. 2) in eine ca. 30 Liter fassende Glasflasche dafür sorgte, daß es in keiner Richtung an freier Entfaltung gehindert würde.

Die am Hitzdrahtinstrument oder Vakuumthermokreuz bestimmten effektiven Stromstärken betrugen bis zu mehreren Amperes. Ob die Kenntnis der letzteren an und für sich Wert haben, läßt sich nicht ohne weiteres entscheiden; denn die Vorgänge in der Gasmasse, die den „Strahl“ hervorrufen, können auch allein Funktionen der maximalen Stromamplituden sein.

Sind allerdings außer der effektiven Stromstärke, Frequenz und Dämpfung der Oszillation, sowie die Zahl der pro Zeiteinheit erfolgenden Partialentladungen bekannt, so läßt sich die Stromamplitude ermitteln.<sup>1)</sup>

Die im Schwingungskreise vorhandene starke Dämpfung, die sich zur Hauptsache aus den vier Teilen zusammensetzt: Dämpfung in der Funkenstrecke, im Entladungsrohr, durch den Ohmschen Widerstand der Leitungen und durch Energieausstrahlung in den Raum, läßt sich bei dem heutigen Stande unserer Kenntnisse kaum auch nur annähernd genau berechnen. Die mit einem mit dem Schwingungskreise lose gekoppelten Meßkreis aufgenommenen Resonanzkurven waren zu wenig gut übereinstimmend, als daß ich aus ihnen hätte nach der Bjerknesschen Methode die Dämpfung bestimmen können. Die eine exakte Messung störenden Unregelmäßigkeiten rührten in erster Linie vom Entladungsrohre her; denn sie waren sehr

---

1) J. Zenneck, Die elektromagnet. Schwingungen. Stuttgart 1905. p. 431.

viel kleiner, wenn dasselbe ausgeschaltet war. Die im Entladungsrohr vorhandene Dämpfung ist aber zu beträchtlich, als daß sie hätte vernachlässigt werden können.

Die mehrfach versuchte Analyse der elektrischen Schwingung mittels der Braunschen Röhre in der bequemen von Wehnelt angegebenen Form scheiterte an der zu kleinen Schwingungsdauer.

Ich habe daher auf die Ermittlung der Scheitelwerte verzichtet.

Mit zunehmender Kapazität steigt zunächst, wie zu erwarten, die Leuchtintensität der Erscheinung; denn die Stromamplituden nehmen zu. Da die Influenzmaschine aber nur eine ganz bestimmte Elektrizitätsmenge pro Zeiteinheit zu liefern vermag, nimmt mit wachsender Kapazität gleichzeitig die Zahl der Partialentladungen ab. Das gleiche gilt auch von der Weite der in den Kreis eingeschalteten Funkenstrecke. Die Spannungsamplitude steigt mit wachsender Funkenlänge und demgemäß auch die Stromamplitude, doch nimmt dafür aus dem vorher erwähnten Grunde die Zahl der Partialentladungen ab. Mit Zunahme der Kapazität verringert sich gleichfalls die Frequenz der stark gedämpften Oszillation, doch fällt dieser Einfluß nicht sehr ins Gewicht, nämlich wegen der hohen Dämpfung. Ich variierte die Kapazität zwischen 0,0005 und 0,015 Mikrofarad und erhielt bei meiner Anordnung bei ca. 0,0017 Mikrofarad den besten Effekt. Selbstverständlich hängt das Optimum noch von der Länge der Funkenstrecke ab. Damit diese aber regelmäßig und gut arbeitet, kann man bei ihr nicht über gewisse Werte hinausgehen.

Die zahlreich ausgeführten Versuche haben ferner ergeben, daß die günstigsten Werte der Kapazität und Länge der Funkenstrecke auch noch innerhalb gewisser Grenzen von den Dimensionen der Entladungsvorrichtung abhängen (vgl. p. 642).

Durch Einschalten von induktionsfreien Ohmschen Widerstand, der ja eine Erhöhung der Dämpfung bewirkt, konnte das Strahlengebilde fast vollständig zum Verschwinden gebracht werden. Da sich weder Kapazität noch Selbstinduktion des Schwingungskreises merklich dadurch ändert, muß auch die Zahl der Partialentladungen sehr angenähert gleich bleiben. Die Frequenz der Oszillation ändert sich allerdings wegen der

zunehmenden Dämpfung. Das Verschwinden des „Strahles“ findet nicht bei einem ganz bestimmten Werte des dämpfenden Widerstandes statt, sondern erfolgt stetig. Da die Größe der Funkenstrecke ungeändert bleibt, findet auch keine merkliche Änderung der Spannungsamplitude und damit der pro Entladung übergehenden Elektrizitätsmenge statt. Angenommen ist hierbei allerdings, daß das Entladungspotential des Vakuumrohres sich ebenfalls nicht erheblich ändert, was aber nur angenähert zutrifft, da dasselbe ja eine Funktion der Stromstärke oder dessen Amplitude ist.

Da ferner die Intensität der Erscheinung mit wachsender Umdrehungszahl der Influenzmaschine, also mit zunehmender Frequenz der Partialentladungen, steigt, so schließen wir, daß nicht allein die maximalen Stromamplituden, sondern vor allem auch die pro Zeiteinheit zugeführte elektrische Energie für die Intensität des Phänomens maßgebend ist.

#### IV. Versuche mit verschiedenen Stromquellen.

Die mit Induktorien verschiedener Größe bei Benutzung der gebräuchlichen Unterbrecher (Platin-, Quecksilber-, Deprez-Wehnelt-Unterbrecher) angestellten Versuche bestätigten die mit der Influenzmaschine erhaltenen Ergebnisse in jeder Beziehung.

Versuche mit Hochfrequenzstrom eines Lecherschen Systems bzw. eines Drudeschen Luft- und Teslaschen Öltransformators lieferten keine neuen Resultate.

Ferner wurde der Entladungskreis an die Sekundärklemmen eines mit sinusförmigen Wechselstrom betriebenen Induktoriums gelegt. Leider war die zur Verfügung stehende kleine Edelmannsche Wechselstrommaschine, die bei ca. 50 Perioden pro Sekunde ca. 40 Volt effektive Spannung lieferte, zu klein zur Erzeugung genügend hoher Sekundärspannung. Die Entladungen gingen erst bei so tiefen Drucken über, wo das Druckoptimum des Hertz'schen Gebildes längst überschritten war (vgl. p. 649). Ich erhielt ein sehr ruhiges und regelmäßiges Gebilde, das aber im Verhältnis zu dem mit der Influenzmaschine und Schwingungskreis erzeugten nur recht unscheinbar war. Die an den ungekühlten Elektroden ab-



gegebene Energie war dennoch so groß, daß dieselben bald glühend wurden und die Einschmelzstelle zersprengten.

Versuche mit starkem, hochgespanntem Gleichstrom einer Akkumulatorenbatterie ohne Verwendung von Kapazität und Funkenstrecke konnten im Königsberger Institut wegen Mangels der erforderlichen Hilfsmittel nicht ausgeführt werden, sind aber inzwischen in Münster nachgeholt worden und haben durchaus die oben erhaltenen Resultate bestätigt. Ich komme auf hiermit zusammenhängende Versuche an späterer Stelle ausführlich zu sprechen.

Beim Vergleich der verschiedenen, mir anfänglich zur Verfügung stehenden Stromquellen zeigte es sich, daß *ceteris paribus* bei meiner Anordnung mit Hilfe der vorerwähnten Influenzmaschine die regelmäßigsten und schönsten Gebilde erhalten werden konnten. Aus diesem Grunde habe ich der Influenzmaschine bei einem großen Teil der folgenden Untersuchungen den Vorzug gegeben. Dieselbe arbeitete im allgemeinen recht befriedigend; nach halbjähriger, täglicher mehrstündiger Benutzung mußte ich sie allerdings vollständig auseinander nehmen und reinigen. Da die Schmiervorrichtungen im Innern des Glasgehäuses angebracht waren, verdampfte fortdauernd Öl, das sich auf den Scheiben und Metallbürsten usw. niederschlug und unter Einwirkung der Entladungen offenbar zersetzt wurde. Nach Verlauf einer einjährigen Benutzung stellten sich von Zeit zu Zeit recht unliebsame Störungen ein, die darin bestanden, daß selbst bei minimaler Beanspruchung Entladungen im Innern der Maschine eintraten, die quer über die feststehenden Scheiben von Belegung zu Belegung gingen.

Wir fassen die bisherigen Ergebnisse über die Bedingungen der elektrischen Erregung dahin zusammen:

*Für das Zustandekommen des Hertz'schen Erscheinung ist der disruptive bzw. oscillatorische Charakter der Entladung günstig.*

*Die Intensität der Erscheinung hängt ab von der pro Zeiteinheit zugeführten elektrischen Energie.*

#### V. Abhängigkeit vom Gasdruck und von der Natur des Gases.

Die Hertz'sche Erscheinung hängt sowohl in Bezug auf ihre Leuchtintensität, als auch auf ihre Ausdehnung wesentlich vom Gasdruck ab.



Bei passender Wahl der Entladungsvorrichtung und genügend hoch gespanntem Strom erhält man die Erscheinung bereits bei Atmosphärendruck. Die Leuchtintensität ist aber sehr klein, ebenso die räumliche Ausdehnung.

Unter sonst gleichen Bedingungen nehmen beide mit abnehmendem Druck innerhalb gewisser Grenzen stetig zu. Die Stärke dieser Zunahme hängt aber von der Natur des erregten Gases ab, ebenso wie die Farbe des emittierten Lumineszenzlichtes.

Die Leuchtintensität nimmt aber erheblich langsamer zu als die Dimensionen wachsen. *Daher hat ein jedes Gas ein von den Dimensionen der Entladungsvorrichtung und der Art der elektrischen Erregung abhängendes Druckoptimum seiner Leuchtintensität.* Unter sonst gleichen Bedingungen liegt letzteres im allgemeinen um so höher, je kleiner die Gasdichte ist.

Die räumliche Ausdehnung ist *cet. par.* um so größer, je kleiner die Gasdichte ist.

Untersucht wurden von mir:

Wasserstoff, Stickstoff, Luft, Sauerstoff, Kohlensäure in Vorrichtungen, die nicht wesentlich von den in Figg. 2 und 13 beschriebenen abwichen;

Quecksilber, Jod in Vorrichtungen analog der in Fig. 13 abgebildeten.

Im letzteren Falle wurden die Röhren zur Erzeugung des gewünschten Dampfdruckes in eiserne Heizkästen gebracht.

Bei einer effektiven Stromstärke von 0,7 bis 1 Amp. und in einem Entladungsraum von 20 cm Länge und 5 cm Durchmesser lag das Leucht optimum für:

Wasserstoff	bei etwa	83 mm Hg
Stickstoff	" "	7 " "
Luft	" "	5 " "
Sauerstoff	" "	4 " "
Kohlensäure <sup>1)</sup>	" "	4 " "

Die Zahlen stellen natürlich nur ganz rohe Angaben dar, da die Leuchtkraft bei weitem nicht ausreichend war, als daß sie auch nur einigermaßen genau mit den gewöhnlichen Vorrichtungen hätte photometriert werden können.

Sobald der Druck um ca. 1 mm (bei Wasserstoff kann

1) Kohlensäure wurde etwas unter dem Einflusse der Entladungen zersetzt, wie ich aus der Abscheidung von Kohlenstoff geschlossen habe.

die Zahl sehr viel größer sein) erniedrigt wird, beginnt der ganze Entladungsraum sich mit Lumineszenzlicht gleichmäßig zu erfüllen; der „Strahl“ wird also vollkommen diffus. Bei noch weiterer Verdünnung verschwindet die in Frage stehende Erscheinung beinahe gänzlich und es beginnen Entladungen den Raum zu durchzucken.<sup>1)</sup>

## VI. Über die allgemeinen Eigenschaften des Strahlgebildes.

### 1. Thermische Versuche.

Zwecks Ermittlung der im Strahl herrschenden Temperatur wurde in den Schliff *S* (Fig. 2) ein, in der Rohrachse verschiebbares Konstantan-Eisenthermoelement eingekittet. Dasselbe verdient dem Hg-Thermometer gegenüber den Vorzug wegen seiner erheblich kleineren Wärmekapazität, ganz abgesehen von einer größeren Empfindlichkeit, die allerdings bei den vorliegenden Messungen nicht so sehr ins Gewicht fällt.

Die durch feine Seidenumspinnung voneinander isolierten Drähte des Thermoelementes waren von einem engen, sehr dünnwandigen Glasrohre umschlossen, in dessen ausgezogener Spitze die Silberlötstelle lag. Die zweite Lötstelle wurde in einem mehrere Liter fassenden Wasserbade auf konstanter Temperatur gehalten, die an einem Normalthermometer abgelesen werden konnte.

Qualitativ ergab sich:

1. Bei Konstanthaltung der effektiven Stromstärke nimmt die Temperatur mit sinkendem Druck zunächst etwas zu, um dann wieder ziemlich schnell zu fallen.

Das Temperaturmaximum fällt nicht mit dem Druckmaximum für die Leuchtintensität zusammen, sondern liegt im allgemeinen etwas tiefer.

2. Unter sonst gleichen Bedingungen nimmt die Temperatur im Strahl nahezu proportional mit der effektiven Stromstärke zu.

3. Innerhalb des „Strahles“ nimmt die Temperatur *cet. par.* mit wachsender Entfernung von der Mündung ab und zwar zunächst stärker, nachher langsamer als diese zunimmt.

Um zu untersuchen, wie groß der Betrag der durch reine Konvektion verursachten Erwärmung, herrührend von der im

1) Vgl. J. Stark, Die Elektrizität usw. p. 149.

eigentlichen Funken- bzw. Entladungskanal produzierten Stromwärme war, wurde einmal gemessen, wenn die vertikal gestellte Entladungsvorrichtung mit ihrer Mündung nach oben, das andere Mal nach unten gerichtet war. Im ersten Falle betrug die Temperatur im Maximum einige Grade mehr, was ca. 10 Proz. der gemessenen Temperatur entsprach.

Die Temperaturerhöhungen über die Umgebung lagen bei den vorliegenden Versuchen in Luft bei 8 mm Hg und bei effektiven Stromstärken von 0,1—2,5 Amp. zwischen 2—25°.

Wegen der sehr kleinen spezifischen Wärme der Luft und der relativ großen Kapazität der thermometrischen Vorrichtung läßt sich auf Grund der angestellten Versuche selbstverständlich kein Rückschluß auf die wirklich vorhandenen Temperaturen machen. Dieselben sind wohl sicher sehr viel höher. Der Versuch, auf kalorimetrischem Wege ein Maß für die wahre Größenordnung der Temperatur zu bekommen, scheiterte vollständig. Ich sehe aus den angeführten Gründen von einer Mitteilung der Tabellen für die mit dem Thermo- element gemessenen Temperaturen ab.

## 2. Ermittlung der mechanischen Kräfte im „Strahl“ mittels eines Dynamometers.

Durch einen seitlichen Schliff  $S_2$  (Fig. 3) wurde das in der nachstehenden Figur dargestellte Dynamometer eingeführt.

Das exzentrisch in den Schliffeinsatz eingekittete Messingstäbchen  $A$  trägt einerseits das ca. 5 cm lange, 0,2 cm breite, ca. 0,02 mm starke Uhrfederblech  $F$ . Auf diesem ist das dünne, quadratische Glimmerplättchen  $G$  und der feine, als Index dienende Glasfaden  $J$  aufgekittet, der sich frei über der mit einer willkürlichen Teil-

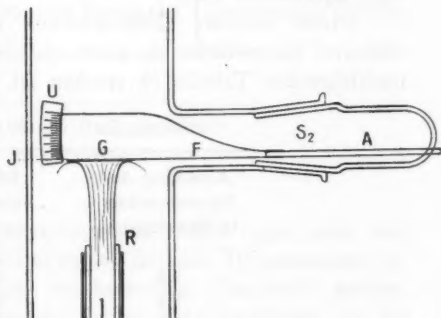


Fig. 3.

lung versehenen Skala  $U$  bewegen kann, die ihrerseits von dem an  $A$  angelöteten Arm  $B$  gehalten wird. Das Entladungs-

rohr wird vertikal gestellt, so daß die Mündung der Entladungsvorrichtung *B* nach unten gegen das ca. 2,5 cm entfernte Glimmerblättchen gerichtet ist. Die Eichung des Dynamometers erfolgte so, daß nacheinander verschiedene Gewichtsstücke auf das Glimmerblättchen gelegt und die zugehörigen Durchbiegungen ermittelt wurden.

Bei jeder Entladung herrscht nicht nur ein von der Mündung der Entladungsvorrichtung fortgerichteter Druck, sondern es erfolgt auch ein entgegengesetzt gerichteter Rückstoß.<sup>1)</sup> Dies läßt sich unmittelbar nicht mit dem angegebenen Dynamometer zeigen. Bei großer Funkenstrecke bzw. großer Kapazität des Entladungssystems, wo relativ wenig Entladungen pro Zeiteinheit übergehen, wo diese aber dafür um so intensiver sind, gerät das Glimmerblättchen in heftige Oszillation. Bringt man nun an der Skala einen Anschlag an, so daß das Blättchen durch den von der Mündung fortgerichteten Stoß nicht beeinflußt wird, so erkennt man deutlich den Rückstoß daran, daß auch jetzt das Blättchen in Schwingungen gerät.

Bei steigender Entladungszahl nimmt das Dynamometer bei Abwesenheit des Anschlages eine Gleichgewichtslage an, die verschieden ist von derjenigen des unbelasteten Blättchens. Es ergibt sich also, daß die von der Mündung fortgerichteten mittleren Druckwirkungen größer als die in umgekehrter Richtung ausgeübten sind.

Dieser mittlere Differenzdruck nimmt mit wachsender effektiver Stromstärke zu, aber schneller als diese, wie aus der nachfolgenden Tabelle zu ersehen ist.

Gasfüllung Luft von 20 mm Hg.

Ausschlag des Dynamometers in Skalenteilen	Effektive Stromstärke in Amp.
0,9	0,27
2,3	0,55
6,8	1,10
8,8*	1,29
14,0*	1,71

1) Vgl. H. Hertz, l. c.

Die mit \* versehenen Zahlen sind aus den mittleren Amplituden des Dynamometers berechnet; eine konstante Einstellung war bei den in Frage stehenden hohen Stromstärken deswegen nicht zu erreichen, weil die Entladungszahl relativ klein wird.

Einem Skalenteil des Dynamometers entsprachen rund 2,5 Dynen.

Wenn wir die, allerdings nur sehr angenähert zutreffende Annahme machen, daß der Rückstoß gegenüber der von der Mündung *R* fortgerichteten Druckwirkung zu vernachlässigen ist und die Entladungszahl so groß ist, daß wir die Druckwirkung des „Strahles“ auf das Dynamometer als herrührend von einem kontinuierlich wirkenden Gasstrahl ansehen dürfen, dann läßt sich ein Näherungswert für die mittlere Geschwindigkeit des letzteren aus der Kraftwirkung herleiten.

Ist *q* der Querschnitt des Dynamometers, *p* der Gasdruck,  $\delta$  die Gasdichte bei 760 mm Hg, *r* jene mittlere Geschwindigkeit, *K* die ermittelte Druckkraft, dann ist in erster Annäherung

$$v = \sqrt{\frac{K \cdot (4 + \pi) 760}{q \pi p \cdot \delta}},$$

*q* war  $1,6 \times 2 [\text{cm}]^2$ .

Mithin ergeben sich als mittlere Geschwindigkeiten unter Zugrundelegung der ersten drei Werte der vorstehenden Tabelle.

<i>J</i> <sub>eff.</sub>	<i>V</i>
0,27	215 cm/Sek.
0,55	340 „
1,10	590 „

Bezüglich der Abhängigkeit vom Druck ergab sich, daß unter sonst gleichen Bedingungen die am Dynamometer gemessene Druckkraft mit zunehmendem Gasdruck wächst. Exakte Messungen ließen sich leider nicht ausführen, da bei kleinen Drucken die Kräfte zu klein, bei großen Drucken dagegen die Entladungszahlen zu gering wurden, so daß aus letzterem Grunde das Dynamometer lebhaft hin und her bewegt wurde.

## 3. Über die Ausbreitungsgeschwindigkeit des leuchtenden Gebildes.

Betrachtet man das leuchtende Gebilde, das man durch passende Wahl der Dimensionen der Entladungsvorrichtung, durch geeignet gewählten Druck, durch zweckmäßige Gasfüllung (etwa Sauerstoff) möglichst scharf und in seiner Längsrichtung ausgedehnt macht, im rotierenden Spiegel, so erkennt man, daß der vertikale „Strahl“ zu einem Schweif ausgezogen wird. Hieraus folgt, was auch schon von Hertz erkannt wurde, daß das leuchtende Gebilde sich mit endlicher Geschwindigkeit fortpflanzt, also keinen eigentlichen Vorgang im Äther, sondern einen solchen in der Gasmasse vorstellt.<sup>1)</sup> Es wäre ja denkbar gewesen, daß das Leuchten ein Fluoreszenzphänomen, etwa bedingt durch die Absorption einer eigentlichen Wellenstrahlung, und die vorher festgestellte endliche Bewegung der Gasmasse eine nebensächliche Erscheinung sei. (Die Annahme einer Elektronenstrahlung ist ja wegen des hohen Gasdruckes ausgeschlossen.)

Zur Ermittlung der Ausbreitungsgeschwindigkeit wurde zunächst folgende Methode versucht. Etwa 2 cm oberhalb der Mündung, aus der das Gebilde austritt, wurden zwei weite, normal zur Rohrachse gerichtete, einander diametral gegenüberstehende Glasröhren eingeschmolzen, durch welche ein Luftstrom von konstanter, meßbarer Geschwindigkeit hindurchgetrieben wurde. Zu diesem Zwecke war das eine Rohr mittels geeigneter Druckreduziervorrichtung unter Zwischenschaltung einer mit Phosphorpentoxyd gefüllten Röhre an ein Gasreservoir angeschlossen, während das gegenüberliegende Rohr mit der reichlich fördernden Pfeifferschen Ölluftpumpe verbunden war. Unter der Annahme, daß die Geschwindigkeit dieses transversalen Gasstromes der Größenordnung nach gleich der zu messenden gemacht werden könnte und sich gleichzeitig der für eine gute Ausbildung des Strahles erforderliche Gasdruck im Entladungsraum erzeugen ließe, war eine Ablenkung des Strahles zu erwarten, aus dessen meßbarer Größe sich die unbekannte Geschwindigkeit berechnen läßt. Die Erwartung bestätigte sich nicht, da letztere beiden Bedingungen nicht gleichzeitig erfüllt werden konnten.

1) Vgl. auch J. Stark, Die Elektrizität in Gasen p. 468.

Abgesehen hiervon ließ sich auch der „Strahl“ nicht scharf genug hervorrufen, wie dies für eine einigermaßen exakte Messung wünschenswert gewesen wäre.

Um aber dennoch eine Vorstellung von der Größenordnung der Geschwindigkeit zu bekommen, verfuhr ich in der Weise, daß ich vor das Entladungsrohr einen vertikalen Spalt von ca. 10 cm Höhe und 0,5 cm Breite brachte, der von dem leuchtenden Gebilde einen scharf begrenzten, ziemlich gleichmäßig beleuchteten Lichtstreifen herausblendete. Auf das Bild dieses Schlitzes im rotierenden Spiegel wurde in ca. 2 m Entfernung ein lichtstarkes Fernrohr gerichtet, in dessen Gesichtsfeld eine in gleicher Entfernung vom Spiegel seitlich aufgestellte, schwach beleuchtete Zentimeterskala unter Zuhilfenahme eines totalreflektierenden Prismas gebracht wurde, so daß Schlitz und Skala gleichzeitig deutlich im Gesichtsfelde sichtbar waren. Aus Abstände des Schlitzes und der Skala vom Spiegel, aus der konstanten Umlaufzeit des Spiegels und der an der Skala abgelesenen Verschiebung der beiden Schlitzenden, läßt sich in bekannter Weise leicht die Ausbreitungsgeschwindigkeit berechnen, wenn noch die Länge des Schlitzes bekannt ist.

Die Betrachtung des „Strahles“ im rotierenden Spiegel ergibt zunächst, daß die Bewegung eine stark verzögerte ist; denn man erhält anstatt einer geneigten Geraden eine gekrümmte Linie als Bild des Spaltes. *Es läßt sich demnach nur von einer mittleren Geschwindigkeit sprechen.*

Da ferner die Leuchterscheinung im rotierenden Spiegel nicht als Linie, sondern als breiter Bezirk erscheint, so folgt, daß das Leuchten im „Strahl“ an einer Stelle eine gewisse Zeit andauert.

Der Größenordnung nach lagen die bei meiner Versuchsanordnung gemessenen Geschwindigkeiten zwischen 1 und 5 m pro Sek. Sie hängen sehr von der Form und Größe der Entladungsvorrichtung und des Entladungsraumes oberhalb dieser ab. Sie wachsen im allgemeinen mit der effektiven Stromstärke und nehmen mit der Entladungszahl stark ab.<sup>1)</sup> Die Abhängig-

1) Diese Abnahme rührt wohl in erster Linie davon her, daß bei Benutzung der Influenzmaschine mit Zunahme der Zahl der Partialentladungen die effektive Stromstärke abnimmt.

keit vom Druck konnte nicht ermittelt werden, da das Gebilde nur in einem kleinen Druckintervall lichtstark und ausgedehnt genug ist, in diesem aber die Geschwindigkeitsunterschiede für eine Messung zu klein werden. Im übrigen dürfte eine genaue Kenntnis der Geschwindigkeit wohl kaum ein theoretisches Interesse haben, eben wegen der starken Abhängigkeit von den geometrischen Verhältnissen des Apparates usw. Für uns ist die Tatsache von Wichtigkeit, daß die Größenordnung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lumineszenz dieselbe ist, wie sie bei Geschwindigkeiten atmosphärischer Luftströmungen usw. zu beobachten ist und wie sie sich mit dem Dynamometer für die Bewegung des Gases ergeben hat.

## VII. Die Ionisation im Hertzschen Gebilde.

Die sich mit endlicher Geschwindigkeit fortbewegende, leuchtende Gasmasse stellt einen Bereich starker Ionisation dar, was unter Beobachtung gewisser Vorsichtsmaßregeln leicht durch die Entladung einer in ihr angebrachten Sonde nachgewiesen werden kann. Zur genaueren Untersuchung wurden die im folgenden Abschnitt mitgeteilten Versuche und Messungen ausgeführt.

### 1. Elektrometrische Untersuchung.

Die elektrometrische Untersuchung der Erscheinung war wegen der für das Auftreten des Strahles notwendigen starken Entladungen und der damit verbundenen Schwingungen mit recht erheblichen experimentellen Schwierigkeiten verknüpft. Das Elektrometer, sowie sämtliche Zuleitungen usw. zu diesem, mußten mit äußerst starkem, gut geerdetem elektrostatischem Schutz versehen werden. Während die Vorversuche mit einem Exnerschen Elektroskop ausgeführt wurden, kam bei den definitiven Messungen ausschließlich ein Quadrantelektrometer zur Verwendung, das durchweg in der Schaltung mit Hilfsladung benutzt wurde.

Die Versuchsanordnung, auf die ich nach verschiedenen orientierenden Vorversuchen gekommen bin, ist in Fig. 4 wiedergegeben. Sie beruht im wesentlichen auf der Benutzung eines Faradayschen Käfigs. Das Entladungsrohr besteht aus den zwei Kammern *E* und *G*, die durch eine Metallplatte *M* voneinander getrennt und mittels roten Siegellackes mit ihren um-



gelegten, abgeschliffenen Rändern auf diese aufgekittet sind. *E* enthält die Entladungsvorrichtung *R* und die Zuleitung zur Pumpe usw., während *G* die bei *D* eingekittete, plattenförmige Elektrode *P* und den sorgfältig von dieser isolierten metallischen Käfig *K* einschließt, der mit seinem unteren Rande auf die Platte *M* aufgelötet ist. *P* und *R* gegenüber ist *M* mit einer durch ein engmaschiges Drahtnetz bedeckten Durchbohrung von ca. 2 cm Durchmesser versehen, die dem von *R* ausgehenden leuchtenden Gasstrahl den Eintritt in *G* gestattet. *G* ist außerhalb mit einem auf *M* aufstehenden Metallzylinder umgeben, an den sich direkt die metallische, als elektrostatischen Schutz dienende Röhrenleitung zum Elektrometer anschließt. Diese enthält sorgfältig durch Paraffinstopfen isoliert die feindrähtige Verbindungsleitung von *P* mit dem Elektrometer.

Die Elektrode *P* wurde meist mittels der Netzspannung der städtischen Leitung auf  $\pm 220$  Volt geladen. Der natürliche zeitliche Spannungsverlust des messenden elektrischen Systems war für die Versuchsdauer so gering, daß er vollständig vernachlässigt werden konnte.

Da es sich herausstellte, daß die Ionisation im „Strahl“ recht beträchtlich war, und man infolgedessen zu unbequem großen Abfallgeschwindigkeiten gelangte, wurde an das Elektrometer eine gut auf Paraffin isolierte, in einen geerdeten Metallkasten eingebaute Glimmerkapazität zugeschaltet, durch deren Veränderung sich die Empfindlichkeit des Systems schnell variieren ließ.

Aus der bekannten leicht bestimmbaren Kapazität des elektrometrischen Systems und dem gemessenen Spannungs-

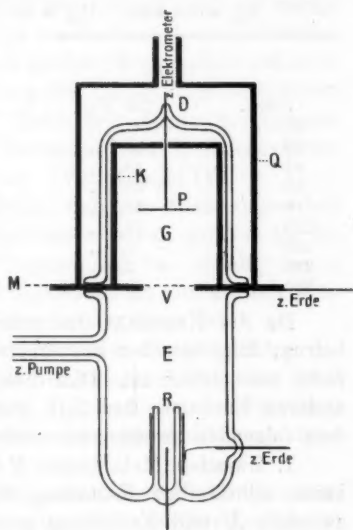


Fig. 4.

abfall pro Zeiteinheit läßt sich in bekannter Weise die Stärke der zwischen innerem Käfig und Platte übergehenden un- selbständigen Strömung berechnen.

In den nachfolgenden Tabellen werden die Ergebnisse einiger typischer Messungsreihen mitgeteilt. Es bedeutet  $i_{\text{eff}}$  die effektive Stromstärke,  $V_{\text{eff}}$  die effektive Elektrodenspannung des Entladungskreises,  $Z$  die Zeit nach dem Einschalten der Entladung,  $E$  die am Elektrometer abgelesene Spannung der Elektrode  $P$ .

Tabelle I.

$i_{\text{eff.}} = 1,6 \text{ Amp.}$   $V_{\text{eff.}} = \text{ca. } 500 \text{ Volt.}$   $p = 8 \text{ mm Hg.}$

$Z$	$E$
0 Sek.	-220 Volt
20 "	- 91 "
30 "	- 65,2 "
45 "	- 48,5 "
60 "	- 38,2 "
90 "	- 22,7 "
120 "	- 18,8 "
180 "	- 7,2 "
240 "	- 2,5 "
300 "	0 "

Tabelle II.

$Z$	$E$
0 Sek.	+220 Volt
45 "	+165,0 "
105 "	+111,2 "
165 "	+ 59,4 "
195 "	+ 33,7 "
225 "	+ 16,8 "
255 "	+ 7,6 "
315 "	+ 1,25 "
375 "	0 "

Da die Kapazität des messenden Systems ca. 1 Mikrof. betrug, folgt aus den angeführten Zahlen, daß die Ionisation recht beträchtlich ist. Daß diese vom „Strahl“ und nicht von anderen Einflüssen herrührt, kann mit einiger Sicherheit aus dem folgenden geschlossen werden.

1. Zwischen Metallplatte  $M$  und der Innenelektrode  $G$  geht keine selbständige Entladung über; denn erstens zeigt ein zwischen  $M$  und Erdleitung geschaltetes Rubens-Paalzowsches Bolometer keinen Strom an, zweitens tritt keine, von einer etwa einsetzenden Glimmentladung herrührende Lumineszenz auf.

2. Geht die gewöhnliche Glimmentladung zwischen den Elektroden von  $R$  durch das Entladungsrohr, ohne daß das Hertzsche Gebilde auftritt, was man durch Ausschalten der Funkenstrecke und Leydener Flasche bzw. durch Vorschalten von Widerstand erreicht, so ist der Spannungsabfall nicht wesentlich größer als der natürliche, d. h. bei Abwesenheit jeder Entladung vorhandene.

3. Bei vorhandener „Strahlung“, aber verschlossener Öffnung  $V$ , wo also keine leuchtende Gasmasse in den Käfig eindringen kann, ist ebenfalls der Spannungsabfall nicht wesentlich von dem natürlichen verschieden.

Zu bemerken ist allerdings, daß ja auf Grund der von den Elektroden ausgehenden ultravioletten Strahlung nach dem Hallwachsschen Phänomen eine elektrische Zerstreuung bei negativer Ladung der Platte  $P$  statthat<sup>1)</sup> und daß ebenfalls eine schwache Ionisation der Gasmasse durch die Absorption des hindurchgehenden ultravioletten Lichtes möglich ist.<sup>2)</sup> Die Größenordnung dieser Effekte ist aber derart, daß sie gegenüber der beobachteten Ionisation vernachlässigt werden dürfen. Es müßte ja auch ein erheblich größerer Unterschied zwischen negativer und positiver Aufladung der Platte  $P$  vorhanden sein.

Die Bestätigung für die Richtigkeit dieser Erwägungen geht aus später mitgeteilten Versuchen mit hochgespanntem Gleichstrom unzweideutig hervor. (Vgl. Kapitel IV.)

Aus den Tab. I und II folgt, daß der Spannungsverlust bei negativer Ladung im allgemeinen etwas größer als bei positiver ist. Hieraus dürfte folgen, daß im „Strahl“ bei  $P$  die mittlere Zahl der in der Volumeneinheit enthaltenen positiven Ionen etwas größer als die der negativen ist.

Zu diesem Ergebnis führt auch der direkte, unter den verschiedensten Bedingungen der elektrischen Erregung, sowie in verschiedenen Gasen ( $N_2$ ,  $O_2$ ,  $H_2$ , Luft) bei verschiedenen Drucken ausgeführte Versuch mit einem empfindlichen elektrometrischen System.

Die vom „Strahl“ getroffene, ungeladene Elektrode nimmt stets, wenn auch meistens nur eine kleine positive Ladung an, deren Größe allerdings zeitlich nicht völlig konstant ist.

Man kann versucht sein, diese Erscheinung auf den Himstedteffekt zurückzuführen<sup>3)</sup>, der auch bei Abwesenheit

1) W. Hallwachs, Wied. Ann. 33. p. 301. 1888; H. Hertz, Wied. Ann. 31. p. 983. 1887; E. Wiedemann u. H. Ebert, Wied. Ann. 33. p. 241. 1888.

2) S. Arrhenius, Wied. Ann. 33. p. 638. 1888; P. Lenard, Ann. d. Phys. 1. p. 486. 1900 u. 3. p. 298. 1900; E. Branly, Compt. rend. 110. p. 751—898. 1890; 120. p. 829. 1893.

3) F. Himstedt, Wied. Ann. 68. p. 294. 1899.

von „Teslapolen“ bei schnellen Oszillationen beobachtet worden ist.<sup>1)</sup> Ich habe zur Entscheidung dieser Frage Versuche angestellt, deren Ergebnisse aber keine eindeutigen Schlüsse bezüglich des fraglichen Phänomens zuließen.

Da mit elektrischen Schwingungen gearbeitet wird, wäre noch die Möglichkeit vorhanden, daß das geerdete Drahtnetz usw. selbst sich wie ein strahlender Pol ähnlich wie die Spitze einer geerdeten Antenne verhalten könnte, in der starke Spannungsschwankungen auftreten und zu einer Ionisation Veranlassung geben könnten. Daß diese Möglichkeit nicht in Frage kommt, dürfte aus dem vorher erwähnten Versuche mit dem Bolometer in der Erdleitung folgen.

Nach Versuchen von Lenard besitzen die bei der Bestrahlung mit ultravioletttem Licht an Metallen freiwerdenden Elektronen Anfangsgeschwindigkeiten, die ausreichen, die Elektronen selbst bei schwachen positiven Ladungen des Metalles fortzuführen.

Ich würde die beobachtete schwache positive Ladung hierauf zurückführen, wenn dieselbe sich nicht auch bei Ausschaltung der Möglichkeit einer ultravioletten Strahlung gezeigt hätte. Der hierher gehörige Versuch wird etwas später beschrieben.

## 2. Galvanometrische Untersuchung.

Da die Ionisation eine sehr beträchtliche ist, erschien es gegeben, die genauere Untersuchung auf dem erheblich bequemeren galvanometrischen Wege durchzuführen.

Zur quantitativen Untersuchung bediente ich mich der folgenden Einrichtung, die gegenüber der im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen den Vorzug aufzuweisen hat, erstens erheblich kleinere Metallmassen zu enthalten und zweitens eine angenäherte Bestimmung der elektrostatischen Feldstärke usw. zu erlauben, die die unselbständige Störung hervorruft. In dem zylindrischen Rohr Fig. 5 von den früher angegebenen Dimensionen, ist konaxial mit der Entladungsvorrichtung *R* in 6,15 cm Entfernung von ihrer Mündung ein kleiner Plattenkondensator *K* angebracht, dessen Kraft-

<sup>1)</sup> K. v. Wesendonck, Naturw. Band. 10. p. 401. 1895; Physik. Zeitschr. 2. p. 329. 1901; 3. p. 45 u. 462. 1902; A. Möhlmann, Freiburger Dissertation 1901.

linienrichtung normal zur Rohrachse verläuft. Die kreisförmigen, auf der Außenseite durch Glimmer bedeckten Platinplättchen, von 1,09 cm Durchmesser, werden von zwei Platindrähten in parallelem Abstände von 1,15 cm gehalten. Die letzteren sind in Glasröhrchen  $R_1$  und  $R_2$  eingeschmolzen und vermitteln die leitende Verbindung mit dem Paraffinkommutator  $W$ , zu dem die Poldrähte einiger gut isoliert aufgestellter Zellen einer kleinen Klingelfusschen Hochspannungsbatterie  $A$  führen. In die eine Zuleitung ist ein auf Paraffinklötzen montiertes Siemens & Halskesches Deprez-d'Arsonval-Instrument geschaltet, das bei dem benutzten Skalenabstände eine Empfindlichkeit von  $5,591 \cdot 10^{-10}$  Amp. pro Millimeter Ausschlag an der Skala hatte. Die Empfindlichkeit wurde von Zeit zu Zeit mit einem Normal-Westonelement und einem Präzisionskurbelrheostaten ( $159\,999,9 \Omega$ ) nachgeprüft, änderte sich aber so gut wie garnicht.

Die Spannung des jeweilig eingeschalteten elektrostatischen Feldes, das zwischen ca. 2 und 360 Volt verändert werden konnte, wurde mittels eines Präzisionsvoltmeters der Nadir-Gesellschaft bestimmt.

Die Messung der übrigen Größen erfolgte in der früher beschriebenen Weise.

Zur Feststellung irgendwelcher sekundärer Störungen usw. wurden zunächst die folgenden Versuche angestellt:

1. Es gehen keine Entladungen durch das Rohr. An die Platten  $K$  wird eine Spannung von 360 Volt angelegt. Weder bei Atmosphärendruck, noch bei den niedrigsten, für die Untersuchung in Frage kommenden Drucken zeigt das Galvanometer einen Ausschlag. Es folgt, daß erstens die Isolation genügt,

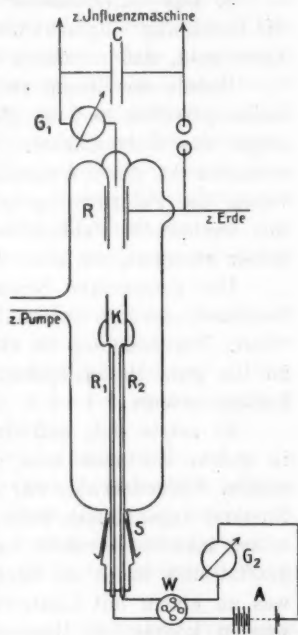


Fig. 5.

und daß zweitens auf Grund des wirksamen elektrostatischen Feldes eine merkliche Ionisation durch Ionenstoß nicht auftritt, oder daß die dielektrische Festigkeit des Gases nach Bouty<sup>1)</sup> noch oberhalb der angewandten Feldstärke liegt.

2. Es wird das Galvanometer direkt an die Platten *K* ohne Zwischenschaltung der Batterie *H* angelegt und kräftige Erregung des Hertzschen Gebildes herbeigeführt. Das Galvanometer bewegt sich beim Einschalten und Anschalten der Entladungen ganz wenig, bleibt aber während dieser dauernd in der Ruhelage.

3. Das Galvanometer wird bei *W* kurz geschlossen und die Entladung eingeschaltet; es erfolgt kein Ausschlag, woraus hervorgeht, daß induktive Störungen nicht vorhanden sind.

Wurde der Raum zwischen *K* von der leuchtenden Gaswolke getroffen und lag gleichzeitig eine Spannung an *K*, so zeigte das Galvanometer, wie nach dem vorhergehenden zu erwarten ist, einen Ausschlag, dessen Vorzeichen mit Kommutieren der Feldrichtung sich umkehrt und dessen Intensität mit wachsender Feldstärke zunächst nahezu proportional mit dieser zunimmt, um aber dann langsam zu steigen.

Die gemessenen Stromstärken sind zeitlich nicht völlig konstant, sondern schwanken ein wenig um einen mittleren Wert. Vorbedingung für eine einigermaßen exakte Bestimmung ist die gute Beschaffenheit des erregenden elektrischen Entladungssystems.

Es zeigte sich, daß erstens vor allem die Influenzmaschine in gutem Zustande sein und unbedingt gleichmäßig laufen mußte. Außerdem aber war erforderlich, daß sie einen stationären Zustand angenommen hatte, was ca. 15—20 Min. nach Ingangsetzen meistens erreicht war. Wurde sie nämlich in Bewegung gesetzt und hatte sie bereits konstante Tourenzahl erreicht, was an einem mit Läutewerk verbundenen Zähler konstatiert werden konnte, so dauerte es noch ungefähr die oben angegebene Zeit, bis die Stromstärke konstant wurde.

Zweitens mußte die aus Zinkkugeln bestehende Funkenstrecke möglichst sauber sein. Bei längerer Beanspruchung wurden die die Entladung vermittelnden Teile stark angegriffen,

1) E. Bouty, Journ. de Phys. 4. série I, II. 1903; 4. série I, III. 1904; W. Matthies, Physik. Zeitschr. 6. p. 690. 1905.

indem der Funke tiefe Löcher von unregelmäßiger Beschaffenheit erzeugte. Die Kugeln mußten daher häufig abgedreht und vor jedem Versuch außerdem so eingestellt werden, daß der Entladung frische Flächen zur Verfügung standen. Als Kriterium für das gute Arbeiten des Erregerkreises erwies sich die Konstanz des auf kleine Schwankungen hinreichend reagierenden Edelmannschen Hitzdrahtinstrumentes.

Daß nur solche Meßreihen zur Verwendung kamen, bei denen während der Dauer der Aufnahmen die effektive Stromstärke innerhalb der Meßfehler konstant war, versteht sich.

Die zu verschiedenen Zeiten bestimmten Zahlenwerte für die Ionisationsstromstärke zeigten sehr viel befriedigendere Übereinstimmung als die auf elektrometrischem Wege ermittelten.

Ich teile nunmehr einige der gewonnenen Zahlen tabellarisch und graphisch mit. Die Messungen sind ausgeführt in Luft, Sauerstoff und Wasserstoff. Letztere beiden wurden aus arsenfreier Schwefelsäure elektrolytisch dargestellt und zwar in einer Zelle, die unmittelbar an das System Pumpe-Entladungsrohr angeschlossen war. Die Prüfung auf Reinheit geschah, wie bereits früher erwähnt, mit Hilfe eines angeschlossenen Geisslerrohres und eines Spektralapparates.

Die Messungen in Luft haben insofern keinen erheblichen Wert, als es sich zeigte, daß unter dem Einfluß der starken Entladungen sich NO und wohl auch  $N_2O_4$  bildete. Denn wurde frische Luft in das System gelassen, so war deutlich die Bildung brauner Nebel wahrnehmbar.

Bei längeren Versuchen mit  $O_2$  war eine deutliche, schwache Oxydation der Platinelektroden und zwar besonders des äußeren Zylinders zu erkennen. Bis zu welchem Grade der leuchtende, ionisierte Sauerstoff ozonisiert war, konnte ich nicht feststellen. Daß Ozon gebildet wird, ließ sich leicht in bekannter Weise nachweisen.

Das die drahtförmige Elektrode vom Platinmantel trennende Glasrohr nahm eine metallisch glänzende Anlauffarbe an, die, wie festgestellt wurde, nur zum allerkleinsten Teile von zerstäubtem Platin stammt. Sie rührt offenbar von einer chemischen Veränderung der Glasoberfläche unter Einwirkung thermischer und elektrischer Einflüsse her. Eine hiermit verbundene Verunreinigung der Gasfüllung konnte nicht festgestellt werden,

selbst wenn das Entladungsrohr mehrere Stunden ununterbrochen im Gebrauch gewesen war.

Zunächst werden zwei Messungsreihen mitgeteilt, die an verschiedenen Tagen unter sonst nahezu gleichen Bedingungen aufgenommen worden sind und zur Beurteilung des durchschnittlichen Genauigkeitsgrades der Messung dienen mögen.

In den folgenden Tabellen bedeutet stets  $J_{\text{eff.}}$  die effektive Stromstärke des Erregerkreises,  $V_{\text{eff.}}$  die effektive Spannung der Entladungsvorrichtung,  $p$  den Gasdruck,  $t$  die Zimmertemperatur,  $\tau$  die Temperaturerhöhung im Strahl über die Zimmertemperatur,  $V$  die Spannung des Feldes bei  $K$ , und  $i$  die als Maß der Ionisation dienende Stromstärke der zwischen  $K$  übergehenden unselbständigen Strömung. Letztere wurde aus dem arithmetischen Mittel des kommutierten Ausschlages bei auf- und absteigender Spannung  $V$  ermittelt.

Wie aus Tab. III folgt, ist die Übereinstimmung der zu verschiedenen Zeiten gemessenen Stromstärke  $i$  eine hinreichende.

Eine Sättigung der Stromstärke tritt bei den angewandten Spannungen wegen der großen Ionisation zwar noch nicht ein, wird aber angedeutet. (Zur Zeit der Aufnahme dieser Werte stand keine größere Batterie zur Verfügung.) Ferner möchte ich erwähnen, daß die Zahlen an einem Entladungsrohr  $e$  gewonnen wurden, das in seiner Konstruktion und seinen Dimensionen etwas von dem in Fig. 5 beschriebenen abweicht. Alle sonst mitgeteilten Resultate wurden mit dem Rohre Fig. 5 erhalten.

Tabelle III.

$$J_{\text{eff.}} = 0,614 \text{ Amp.} \quad V_{\text{eff.}} = 500 \text{ Volt.} \quad p = 10 \text{ mm Hg.} \\ t = 18^{\circ}. \quad \tau = 11^{\circ}.$$

$V$	$i_1$	$i_2$
40,2	$13 \times 5,72 \cdot 10^{-10}$	$12 \times 5,72 \cdot 10^{-10}$
80,4	28     "	28     "
120,6	46     "	46     "
160,8	61     "	62     "
210,0	78     "	75     "
241,0	93     "	88     "
281,4	105    "	103    "



α) Abhängigkeit der Ionisation von der effektiven Stromstärke.

Die folgenden Tabellen und Kurven geben die Abhängigkeit der unvollständigen Strömung im leuchtenden Gebilde von der effektiven Stromstärke der erregenden elektrischen Entladungen wieder.

a) In Luft.

Tabelle IV.

V	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$			
	$p = 9,5 \text{ mm Hg}$		$p = 12,2 \text{ mm Hg}$	
	$J_{\text{eff.}} = 0,015$	$= 0,09$	$= 0,055$	$= 0,238$
20	1,5	5,7	3,0	12,0
41,0	2	1,5(?)	4,5	55,0
82,0	3	35,0	9,5	107,5
120,0	4,5	51,5	10,5	126,0
160,8	10,5	90,0	11,5	130,0
201,0	16,0	121,5	12,0	137,5
241,0	19,0	134,0	12,0	147,5
320,8	21,0	144,0	13,5	157,5
361,0	21,0	145,0	—	162,0

Tabelle V.

$p = 11,5 \text{ mm Hg. } V_{\text{eff.}} = \text{ca. } 350 \text{ Volt.}$

V	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$					
	$J_{\text{eff.}} = 0,183$	$= 0,22$	$= 0,335$	$= 0,35$	$= 0,365$	$= 0,423$
20,5	13,0	60,5	99,5	142,0	132,0	178,0
41,0	24,0	91,5	165,0	217,5	210,0	317,5
82,0	65,0	112,5	220,0	319,0	305,0	461,0
120,0	85,0	124,0	274,0	345,0	333,5	507,0
161,0	90,0	128,0	290,0	375,0	355,0	—
201,0	96,5	136,0	297,5	385,0	365,0	—
242,0	104,0	145,0	306,5	412,5	368,0	—
283,0	105,0	130,0	309,0	410,0	—	—
322,0	107,0	137,0	312,5	410,5	—	—

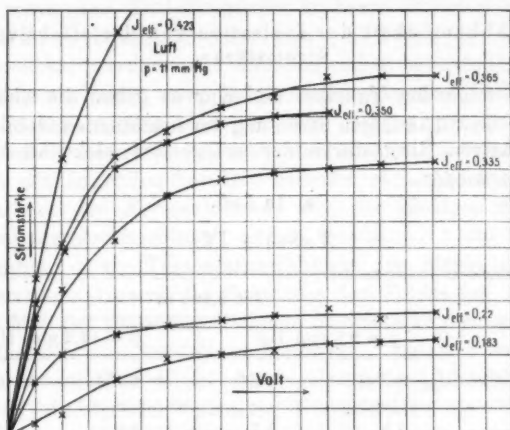


Fig. 6 zu Tabelle V.

## b) Wasserstoff.

Die Messungen in Wasserstoff waren am schwierigsten, da eine vollständige Einstellung des Galvanometers in eine Gleichgewichtslage in den seltensten Fällen erfolgte. Es mußten daher mittlere Werte aufgenommen werden.

In der Tab. VI werden zunächst zwei Serien von Messungsreihen mitgeteilt, die fünf- bzw. viermal nacheinander aufgenommen wurden, um ein Maß für die Genauigkeit der Messungen in Wasserstoff zu erhalten.

Tabelle VI.

$p = 70,5 \text{ mm Hg}$ .  $V_{\text{eff.}} = 550 \text{ Volt}$ .  $J_{\text{eff.}} = 0,052 \text{ Amp.}$

$V$	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$					Mittelwert
41	19	19	19	19	19	19
120	34	34	36	36	36	35,2
201	44	44	49	46	44	45,4
280	49	49	59(?)	54	53	52,8
361	59	59	65	61	61	60,0

Tabelle VI (Fortsetzung).

 $V_{\text{eff.}} = 500 \text{ Volt. } J_{\text{eff.}} = 0,172 \text{ Amp.}$ 

$V$	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$				Mittelwert
41	44	44	37	36	41,5
120	78	80,0	74	76	78,0
201	99	102	104	109	102
280	114	123	117	126	120
361	129	136	136	136	134,2

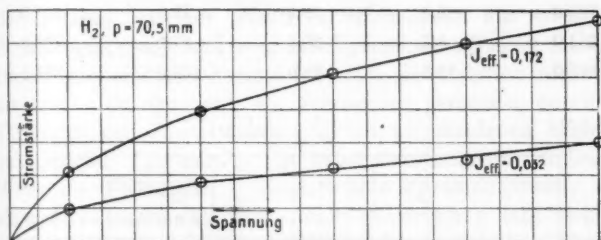


Fig. 7 zu Tabelle VI.

Tabelle VII.

 $p = 65 \text{ mm Hg. } V_{\text{eff.}} = \text{ca. } 450 \text{ Volt im Mittel.}$ 

$V$	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$					
	$J_{\text{eff.}} = 0,102$	$= 0,106$	$= 0,12$	$= 0,137$	$= 0,1825$	$= 0,1838$
20,2	7,0	8,4	10,0	12,0	15,0	15,0
41,0	13,7	15,0	17,5	18,5	24,0	25,0
79,0	26,5	28,0	37,0	41,0	38,0	40,5
117,0	36,2	36,0	46,5	51,0	45,5	51,0
159,0	49,0	48,5	55,0	59,0	60,0	65,0
198,0	55,2	53,5	62,7	65,0	71,0	76,0
279,0	68,2	68,5	72,2	80,5	82,5	83,5
355,0	74,5	77,7	80,0	90,0	92,5	94,

c) Sauerstoff.

Tabelle VIII.

 $p = 10,5 \text{ mm Hg. } V_{\text{eff.}} = \text{ca. } 450 \text{ Volt im Mittel.}$ 

$V$	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$			
	$J_{\text{eff.}} = 0,0738$	$= 0,14$	$= 0,186$	$= 0,278$
41	6,7	11,0	51,5	124,5
122	8,5	15,0	62,0	190,5
203,0	8,5	18,5	75,5	221,0
284,0	8,5	25,5	97,0	266,5
365,0	10,5	28,0	107,0	308,5

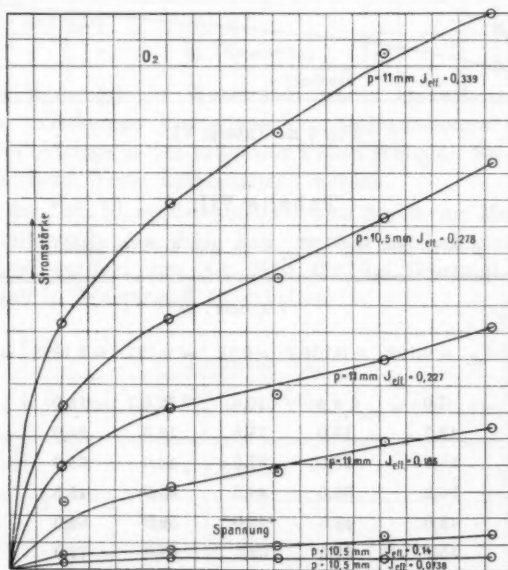


Fig. 8 zu Tabelle VII und VIII.

Tabelle IX.

 $p = 11 \text{ mm Hg. } V_{\text{eff.}} = 400 \text{ Volt im Mittel.}$ 

$V$	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$	
	$J_{\text{eff.}} = 0,227$	$= 0,339$
41	77,0	187
122	122,0	277,5
203,0	133,6	330,0
284,0	160,0	390,0
365,0	184,0	420,0

Aus den angeführten Tabellen und Kurven folgt, daß die Ionisation in der leuchtenden Gasmasse unter sonst gleichen Bedingungen mit der effektiven Stromstärke der erregenden Entladungen steigt und zwar im allgemeinen schneller als diese. Durch eine einfache Formel läßt sich die Relation nicht ausdrücken. Der Quotient der Ionisation, gemessen durch das Verhältnis der Stromstärken  $i_1/i_2$  bei verschiedenen effektiven Stromstärken  $J_{\text{eff.1}}$  und  $J_{\text{eff.2}}$  ist keine Konstante für verschiedene Werte der Feldstärke  $V$ , sondern eine Funktion dieser. Eine allgemeine Gesetzmäßigkeit dieser Bezeichnung läßt sich aus den Zahlen nicht entnehmen. Wegen den vorhandenen Unregelmäßigkeiten ( $i_1/i_2$  nimmt mit wachsendem  $V$  zwar durchweg ab, doch zeigt sich gelegentlich auch eine Zunahme!) möchte ich über die Zulässigkeit der Annahme einer Proportionalität zwischen der Ionengeschwindigkeit und der Feldstärke, sowie über eventuelle Hinweise auf Stoßionisation usw. keine bestimmten Schlüsse ziehen.

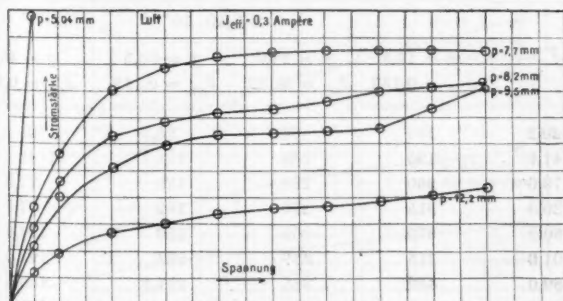


Fig. 9 zu Tabelle 10.

$\beta$ ) Abhängigkeit der Ionisation vom Druck.

a) Luft.

Tabelle X.

 $J_{\text{eff.}} = \text{ca. } 0,3 \text{ Amp.}$   $V_{\text{eff.}} = \text{ca. } 350 \text{ Volt im Mittel.}$ 

V	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$				
	$p = 5,04$	$= 7,7$	$= 8,2$	$= 9,5$	$= 12,2$
20,0	540,0	180,0	140,0	105,5	57,0
41,0	—	284,0	230,0	202,5	96,5
82,0	—	400,0	315,0	258,0	137,1
120,0	—	440,0	340,0	297,5	156,0
160,0	—	462,0	358,0	317,5	169,0
201,0	—	470,0	366,0	331,5	180,0
242,0	—	474,0	386,0	324,0	184,0
281,5	—	476,0	400,0	336,0	193,0
320,0	—	477,0	405,5	370,0	205,0
361,0	—	476,0	415,0	409,0	217,0

b) Wasserstoff.

Tabelle XI.

 $V_{\text{eff.}} = \text{ca. } 300 \text{ Volt im Mittel.}$ 

V	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$			
	$p = 16,3$ $J_{\text{eff.}} = 0,133$	$p = 23,0$ $J_{\text{eff.}} = 0,125$	$p = 30,5$ $J_{\text{eff.}} = 0,118$	$p = 45,0$ $J_{\text{eff.}} = 0,118$
20,2	105	90	55,5	21
41,0	195	169	114,7	45
79,0	260	230	155	77,0
120,0	315	270	192	97,5
160,2	370	305	210	114,0
201,0	415	329	223	123,0
280,0	480	365	257,5	150,5
360,0	520	410	277,0	169,0

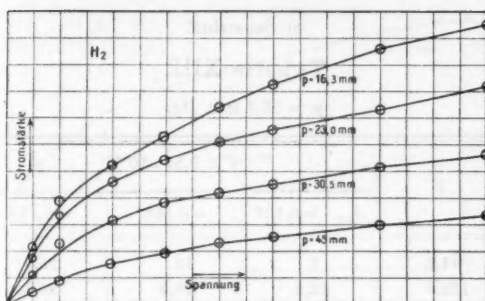


Fig. 10 zu Tabelle XI.

Die in der folgenden Tab. XII doppelt aufgeführten Werte wurden auf Grund unabhängiger Messungen gewonnen.

Tabelle XII.

V	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$							
	$p = 22,5$		$p = 39,5$		$p = 57,0$		$p = 78,1$	
	$V_{\text{eff.}} = 580$		$V_{\text{eff.}} = 650$		$V_{\text{eff.}} = 690$		$V_{\text{eff.}} = 650$	
	$J_{\text{eff.}} = 0,065$		$J_{\text{eff.}} = 0,0699$		$J_{\text{eff.}} = 0,0615$		$J_{\text{eff.}} = 0,0895$	
41,0	75,5	77,5	34,0	38,0	9,2	11,0	5,7	5,7
120,0	131,0	129,7	66,5	65	18,5	26,5	6,5	7,0
201,0	162,0	160,0	84,0	83,5	27,0	36,0	8,0	9,5
282,0	180,7	180,0	94,0	95,0	36,5	44,5	12,0	11,5
363,0	209,0	198,5	106,5	104,5	44,5	50,5	16,0	16,0

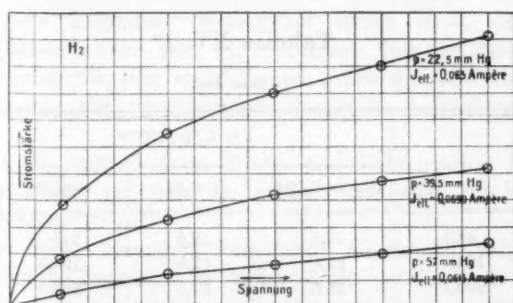


Fig. 11 zu Tabelle XII (1, 2, 3).

c) Sauerstoff.

Tabelle XIII.

 $p = 26,6 \text{ mm Hg.}$ 

$V$	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$		
	$J_{\text{eff.}} = 0,132$	$= 0,168$	$= 0,178$
41,5	8	18	15,5
122,5	12,2	28,2	26,5
203,5	15,0	28,5	30,5
284,5	16,5	32,0	33,5
365,5	17,5	31,0	36,2

Tabelle XIV.

 $p = 7,5 \text{ mm Hg.}$ 

$V$	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$	
	$J_{\text{eff.}} = 0,117$	$= 0,245$
41,5	14,0	116
122,5	24,0	192,5
203,5	30,0	280,0
284,5	36,0	
365,5	45,5	

Tabelle XV.

 $p = 15 \text{ mm Hg.}$ 

$V$	$i \times 5,59 \cdot 10^{-10}$		
	$J_{\text{eff.}} = 0,152$	$= 0,22$	$= 0,298$
41,5	17,5	52,5	145
122,5	25,0	62,5	193,5
203,5	25,0	64,5	222,5
284,5	26,0	68,5	242,0
365,5	27,0	75,0	257,0



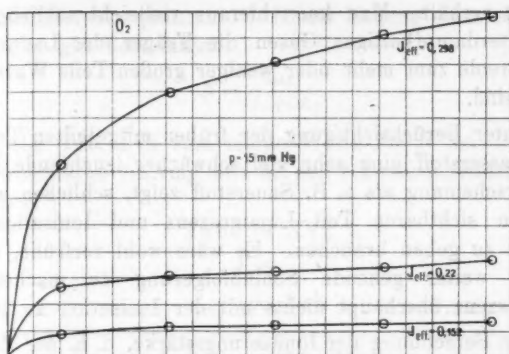


Fig. 12 zu Tabelle XV.

Wie aus den Zahlen hervorgeht, nimmt die Ionisation im leuchtenden Gebilde mit wachsendem Gasdrucke ab.

In allen Fällen steigt die Ionisierungsstromstärke *cet. par.* zunächst nahezu proportional mit dem wirksamen Spannungsfälle, um dann erheblich langsamer als dieses anzuwachsen. In vielen Fällen läßt sich unschwer die Annäherung an eine Sättigungsstromstärke deutlich wahrnehmen und zwar am ausgeprägtesten bei den in Luft erhaltenen Kurven.

Was die Größe der Ionisation anbetrifft, so zeigt sich, daß der Wasserstoff an erster Stelle steht und erst in großem Abstände der Sauerstoff und die Luft folgen, bei denen die Ionisation nicht erheblich verschieden voneinander ist. Die Unterschiede gegenüber Wasserstoff treten noch erheblich stärker hervor, wenn man berücksichtigt, daß die Messungen in Wasserstoff bei sehr viel höherem Druck gemacht sind und die Ionisation mit zunehmendem Gasdrucke beträchtlich abnimmt.

Das Gas mit kleinerer Dichte und dielektrischer Festigkeit besitzt also *cet. par.* die größere Ionisation im Hertz'schen Gebilde.

Hier nicht besonders aufgeführte Messungen haben ergeben, daß die Ionisation in feuchter Luft und feuchtem Sauerstoff stets *cet. par.* erheblich größer als in den trockenen Gasen ist, obwohl die Lumineszenzfähigkeit sich gerade um-

gekehrt verhält. Man kann hieraus vielleicht schließen, daß in wasserdampfhaltigen Gasen die Träger der Ladungen in der Aureole zum mehr oder weniger großen Teile Wasserstoffionen sind.

Unter Berücksichtigung der früher mitgeteilten Tatsache, daß Wasserstoff eine sehr viel schwächer leuchtende Hertzsche Erscheinung als z. B. Sauerstoff zeigt, schließen wir, daß für den sichtbaren Teil Lumineszenz und Ionisation nicht parallel zu gehen brauchen. Es wäre wohl verfrüht, die erheblich weiter gehende Schlußfolgerung zu machen, daß Lumineszenz überhaupt nichts mit der Ionisation zu tun hat.

Die Berechnung der Ionisierungsstärke, d. h. der Zahl der in der Zeit und Volumeneinheit durch die leuchtende Gasmasse herbeigeführten Ionen, dürfte sich nach den für Atmosphärendruck ausgearbeiteten Methoden kaum einigermaßen exakt ausführen lassen. Denn, da wir ja die Beobachtungen bei niedrigem Gasdruck zu machen genötigt sind, wird die Ionengeschwindigkeit schon groß genug werden können, um durch Stoß neutrale Molekel zu ionisieren. Ferner müßten wir die Ionisation sowohl als das Spannungsgefälle zwischen den Kondensatorplatten als räumlich konstant betrachten, Voraussetzungen, von denen weder die eine noch die andere erfüllt sein wird. Da außerdem die Ionisation an und für sich schon außerordentlich groß ist, muß man zur Erreichung von Sättigungsströmen große Spannungsgradienten anwenden, die ihrerseits aber wieder Stoßionisierung bewirken können. Ob bei den vorliegenden Drucken noch die Ionengeschwindigkeit den Potentialgradienten proportional gesetzt werden darf, erscheint nach den mitgeteilten Messungen fraglich.

Wenn ich zu einer rohen Vergleichung dennoch nach der bekannten Formel die Zahl der in der Volumeneinheit pro Sekunde neu herbeigeschafften Ionen für Luft berechne, so mag dies in gewisser Hinsicht durch den Umstand gerechtfertigt erscheinen, daß die mitgeteilten Kurven in Luft eine deutlich ausgeprägte Sättigung zeigen. (Vgl. Fig. 6 und 9.)

Ist  $N$  obige Zahl der Ionen, und bedeutet  $i_{\max}$  die Sättigungsstromstärke in elektrostatischem Maß,  $l$  den Abstand,  $q$  den Querschnitt des Meßkondensators ( $K$ ),  $\epsilon$  das elektro-

statische Elementarquantum, d. h. die Ladung eines einfachen Gasions, so gilt bekanntlich:

$$N = \frac{i_{\max.}}{l \cdot q \cdot s}.$$

In der Tab. XVI sind einige Werte für  $N$  bei der effektiven Stromstärke 0,3 Amp. und bei den verschiedenen Drucken  $p$  angegeben.<sup>1)</sup>

Tabelle XVI.

Luft.

 $J_{\text{eff.}} = 0,3 \text{ Amp.}$ 

$p$	Ionisierungsstärke $N$	$p \times N$
7,7	$224,2 \cdot 10^{10}$	1091,9
8,2	188,5 „	1484,6
9,5	150,8 „	1545,7
12,2	89,5 „	1726,3

### 3. Messung der Ionisation der leuchtenden Gasmasse nach Aufhören der Entladung mit Hilfe eines Disjunktors.

Bei den im vorhergehenden Abschnitt ausgeführten Versuchen erfolgte die galvanometrische Bestimmung der Ionisation während der erregenden Entladungen. Da also dauernd der Galvanometerkreis, bestehend aus langer Doppelleitung, Galvanometer, Akkumulatoren usw. an dem Plattenkondensator  $K$  anliegt, wäre es möglich, daß die Ionisation eventuell vorwiegend von einem Wechselfeld erzeugt würde, das sich zwischen den Platten  $K$  ausbildet. Es mußte zur Entscheidung dieser Frage also festgestellt werden, ob die Ionisation unabhängig davon ist, daß die Galvanometerleitung während der Entladungen mit den Platten  $K$  verbunden ist oder nicht.

1) Der Berechnung ist der Wert  $s = 3,4 \cdot 10^{-10}$  zugrunde gelegt, wie er aus den letzten Messungen von J. J. Thomson hervorgeht. Inzwischen ist der Wert für das Elementarquantum von Rutherford und H. Geiger zu  $4,65 \cdot 10^{-10}$  abs. el. Einh. bestimmt worden. Vgl. E. Rutherford u. H. Geiger, Proc. Roy. Soc. (A) 81. p. 162; J. J. Thomson, Phil. Mag. Februar 1898, March 1904; H. A. Wilson, Phil. Mag. April 1908; Millikan u. Bequass, Phys. Rev. Febr. 1908. p. 197.

Ferner wirft sich die Frage auf, wie die Abklingung der in der leuchtenden Gasmasse vorhandenen Ionisation beschaffen ist.

Zur Entscheidung dieser Fragen habe ich eine Reihe von Versuchen mit Hilfe eines Disjunktors der folgenden Konstruktion ausgeführt. Ein um eine horizontale Achse drehbarer Hebelarm wurde von einem kleinen Elektromotor in konstante Oszillation versetzt. Mit ihm waren sechs Platinkontakte wohl isoliert derart verbunden, daß dieselben abwechselnd in passend auf Paraffin montierte Quecksilbernäpfschen eintauchten. Zwei Stifte vermittelten das Ein- und Ausschalten der erregenden Entladungen, während die übrigen vier Kontakte die Verbindung der Platten *K* mit dem Galvanometerkreis dann herstellten, wenn durch jene eben vorher die Entladung unterbrochen war. Durch Heben und Senken der Näpfe, Verstellen der Kontakte am Hebel, sowie Änderung der Motorumlaufgeschwindigkeit konnte 1. die Stromschlußdauer der beiden Kreise, 2. der Zeitunterschied zwischen Aufhören der erregenden Entladung und Anlegen des messenden Galvanometerkreises innerhalb weiter Grenzen variiert werden.

#### Erster Versuch.

Der Galvanometerkreis liegt einseitig dauernd an den Platten *K* an, wird aber erst nach Aufhören der Entladungen geschlossen.

Das Galvanometer zeigt eine gewisse Stromstärke an, die von der zurückbleibenden Ionisation herrührt.

*Wie schließen hieraus, daß die Abklingungszeit der Ionisation eine endliche ist.*

#### Zweiter Versuch.

Der Galvanometerkreis ist während der Entladungen vom Entladungsrohr getrennt und wird erst dann vom Disjunktorkreis mit ihm verbunden, wenn die Entladungen unterbrochen sind.

Auch in diesem Falle erhält man einen Ausschlag des Galvanometers und zwar genau den gleichen wie bei Versuch 1.

Hieraus folgt, daß der an *K* anliegende Galvanometerkreis usw. die Ionisation zwischen *K* nicht modifiziert.

Die mit Hilfe des Disjunktors ausgeführten zahlreichen Messungen bestätigten in jeder Hinsicht die Ergebnisse der früheren Messungen. Da die Ionisation während der Meßperiode wegen der Abklingung erheblich kleiner als bei den früheren Versuchen ist, wurde durchweg prägnantere, bei niedrigeren Spannungen eintretende Sättigung der Stromstärke erhalten. Von einer Mitteilung des gewonnenen Zahlenmaterials nehme ich Abstand, da es nichts Neues bietet.

Die zeitliche Abklingung der Ionisation habe ich leider nicht bestimmen können, da der vorher beschriebene Disjunktur für diesen Zweck zu roh war und mir kein Helmholtz'scher Pendelunterbrecher zur Verfügung stand, mit dem sich auf elektrometrischem Wege dieselbe leicht hätte ermitteln lassen.  $\frac{1}{50}$  Sek. nach Aufhören der Entladung ist die Ionisation jedenfalls noch so beträchtlich, daß sie sich galvanometrisch nachweisen läßt.

Auf Grund der mitgeteilten elektrischen Messungen glaube ich zur Behauptung berechtigt zu sein, daß eine wesentliche Eigenschaft des Hertz'schen Gebildes die ist, daß das lumineszierende Gas stark ionisiert ist und in ihm eine damit verbundene, entsprechend intensive Rekombination statthat. Bei dieser Wiedervereinigung der Ionen im „Strahl“ muß die zur Ionisierung aufgewandte Energie frei werden und sich wohl einerseits in Wärme-, andererseits auch vielleicht in Lumineszenzstrahlung umsetzen.

Wir sagen hiermit nichts über den eigentlichen Mechanismus des Leuchtens, etwa die Natur der Träger der Lumineszenz usw. aus. Wohl aber nehmen wir eine ursächliche Verknüpfung von Lumineszenz und Ionisation bzw. Rekombination an<sup>1)</sup>; denn wir behaupten, daß die Lichterregung erst außerhalb der eigentlichen Strombahn erfolgt, wo, wie in Kap. IV gezeigt wird, keinerlei freie Spannungsgefälle vorhanden sind. Die nahe liegende Annahme, daß die leuchtenden Gasteilchen

---

1) Bekanntlich ist wiederholt nachgewiesen, daß die durch die radioaktive Strahlung herbeigeführte Ionisation in Stickstoff und einigen anderen Gasen häufig von einer Lumineszenz begleitet wird. Vgl. die vollständige Literaturübersicht bei R. Pohl, *Jahrb. d. Radioaktivität und Elektronik* 4. p. 100. 1907.

bereits in der Strombahn zu Lichtschwingungen erregt und dann aus dieser so schnell herausgetrieben worden sind, daß sie ohne weitere Erregung noch zu strahlen vermögen, ist vom elektronentheoretischen Standpunkte aus wohl nicht haltbar, wie sich auf Grund der Berechnungen des Hrn. Wiechert<sup>1)</sup> über die Abklingungszeit der Schwingungsamplitude der Elektronen und aus der gemessenen Ausbreitungsgeschwindigkeit usw. der Aureole an der Hand einer einfachen, bereits von Hrn. J. Stark<sup>2)</sup> bei der Hg-Dampf Lampe angestellten Betrachtung ergibt. Wäre jene Erklärung zutreffend, dann müßte die Amplitude des leuchtenden, sich aus der Strombahn, der Quelle der Erregung, fortbewegenden Teilchens schon nach Zurücklegung eines Weges von ca.  $10^{-6}$  cm auf den  $\frac{1}{2,518}^{10m}$  Teil ihrer anfänglichen Größe abklingen. Wie die Versuche zeigen, leuchtet aber das Gas in der Aureole noch in einer Entfernung von ca. 30 cm von der Strombahn!

### Kapitel III.

#### Die Funkenaureole.<sup>3)</sup>

Bei genauer Betrachtung des Funkens in Luft, z. B., wenn er von einem mit Wehneltunterbrecher betriebenen Induktorium erzeugt wird, erkennt man unschwer eine gelblich-grün bis braun leuchtende Hülle, die die eigentliche Strombahn des Funkens in unregelmäßiger, wechselnder Gestalt umgibt.<sup>3)</sup> Beide Gebilde scheinen durch einen nicht oder nur sehr schwach leuchtenden Raum getrennt. Schon Hertz weist in der mehrfach zitierten Arbeit im Zusammenhange mit der untersuchten Erscheinung auf jene Aureole hin. Aus seinen Ausführungen geht aber nicht deutlich hervor, ob er von der Identität beider Erscheinungen überzeugt war. O. Lehmann<sup>4)</sup> ist wohl der erste und auch der einzige, der dies bisher klar ausgesprochen hat.

1) E. Wiechert, Arch. Néerl. (5) Lorentz-Jubelband p. 549. 1900.

2) J. Stark, Ann. d. Phys. 14. p. 529. 1904.

3) Die Literatur der älteren hierauf bezüglichen Arbeiten betreffend vgl. G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität 4.<sup>2</sup> p. 693.

4) O. Lehmann, l. c. p. 284 usf.

Wie ich fand, läßt sich die Funkenaureole unvergleichlich viel schöner und regelmäßiger im evakuierten Entladungsrohr beobachten. Ich benutzte hierzu ca. 5 cm weite zylindrische Röhren von 10—15 cm Länge, in die konaxial zwei kräftige Platindrahtelektroden eingeschmolzen und die mit verdünntem Sauerstoff gefüllt waren. Bei einem Druck von ca. 15 mm Hg erhielt ich bei starken Kondensatorentladungen (0,02 Mikrof.) äußerst glänzende Erscheinungen. Während die in der Rohrachse sich schwach hin- und herbewegende Funkenbahn einen Durchmesser von nur 1—2 mm hat, erfüllt die Aureole den ganzen übrigen Rohrquerschnitt. Man erkennt, daß sie von der Rohrwand an weiterer Entfaltung gehindert wird.

Blendet man das Rohr bis auf einen schmalen, senkrecht zur Rohrachse verlaufenden Spalt ab und betrachtet diesen im rotierenden Spiegel beim Durchgang von Entladungen, eventuell noch mit der Vorsichtsmaßregel, daß man noch aus dem Schlitz den Teil abblendet, hinter welchem der eigentliche helleuchtende Funke übergeht, so erkennt man sofort, daß der Spalt nicht momentan aufleuchtet, sondern daß die beiden Ränder noch dunkel sind, wenn die zentrisch gelegenen Stellen schon leuchten und umgekehrt, daß die Ränder noch leuchten, wenn die Mitte bereits dunkel geworden ist. Die Aureole besitzt also eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit über den Rohrquerschnitt. Sie setzt erst ein, wenn schon der die Entladung besorgende Funkenkanal dunkel geworden ist.<sup>1)</sup>

Hieraus folgt im Verein mit den früheren Ergebnissen, daß Aureole und Hertz'sches Gebilde sich in dieser Hinsicht völlig gleichartig verhalten, daß beide offenbar nur sekundäre Phänomene sind. Daß sie aber tatsächlich identisch sind, läßt sich durch die Möglichkeit der Überführung der beiden Erscheinungen ineinander mit Hilfe der in Fig. 13 gezeichneten Anordnung zeigen. *E* stellt ein gewöhnliches Entladungsrohr dar, das man zweckmäßig etwas enger wählt, damit die Aureole möglichst eingeschnürt wird (0,8—2 cm). Normal zur Rohrachse ist das ca. 1 cm weite Rohr *R* von 1—2 cm Länge angeschmolzen, das sich zu einem Rohre *S* von möglichst

1) Vgl. hiermit H. Hertz, l. c. u. G. Wiedemann, l. c. p. 697; Lissajous, l. c. p. 1009. 1859.



großen Dimensionen erweitert und durch *P* mit der Pumpe kommuniziert.

Schickt man durch *E* kräftige disruptive Entladungen, dann tritt bei geeignet gewähltem Gasdruck aus *R* ein mehr

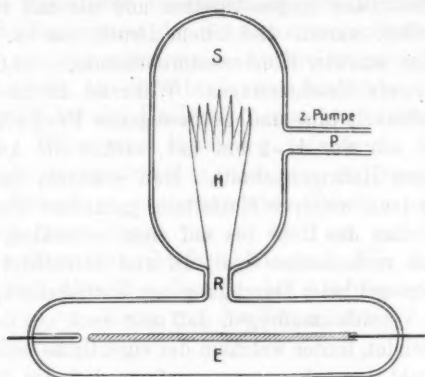


Fig. 13.

oder weniger scharf begrenzter Gasstrahl *H* hervor, der bezüglich seiner physikalischen Eigenschaften in jeder Beziehung dem Hertzschen „Strahl“ entspricht.

Die genaue Untersuchung, deren Einzelheiten ich übergehe, hat gezeigt, daß jener „Strahl“ die mechanischen Wirkungen und eine merkliche Temperaturerhöhung über die Umgebung besitzt. Sein Leuchtvermögen hat ein vom Gasdruck abhängiges Intensitätsoptimum. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist der Größenordnung nach dieselbe, wie in dem früheren Falle. Sie nimmt mit zunehmender effektiver Stromstärke und mit fallendem Gasdruck zu. Das leuchtende Gas ist stark ionisiert und zwar der Größenordnung nach wie beim Hertzschen Phänomen. Auch hier nimmt die Ionisation mit steigender effektiver Stromstärke und abnehmendem Gasdruck zu.

Die Aureolerscheinung kann in der zuletzt beschriebenen Vorrichtung sehr intensiv gemacht werden und ist deswegen bei der spektralanalytischen Untersuchung stets in dieser Weise erzeugt worden.



## Kapitel IV.

## Die Aureolerscheinung der Gleichstrom-Glimmentladung.

## 1. Methode der Erzeugung.

Ist unsere am Schluß von Kap. II ausgesprochene Vermutung richtig, daß die Aureolerscheinung ein sekundäres Phänomen in der Gasmasse darstellt, hervorgerufen durch die in der Strombahn ionisierten und aus ihr fortgetriebenen Gase, dann muß, falls die heraus-treibenden Kräfte groß genug sind, bei jeder Form der elektrischen Gasentladung eine solche Erscheinung zutage treten, unter anderem auch bei der Entladung hochgespannten Gleichstromes.

Daß dies in der Tat der Fall ist, zeigte ich mit der folgenden Versuchsanordnung, die in Fig. 14 wiedergegeben ist.

Das Entladungsrohr besteht aus dem kathodischen, kugelförmigen Raume *K*, in welchen vertikal von unten mittels des Quecksilberschliffes *Q* eine Wehneltkathode mit genügend großer Oberfläche (ca. 3 qcm) eingeführt ist, dem zylindrischen, die starke Eisenanode *A* enthaltenden Raume und dem, die ersten beiden Teile verbindenden, ca. 10 cm langen Rohre *S* von ca. 0,8 cm lichter Weite. Normal zu *S* sind, vertikal nach oben und unten gerichtet, zwei ca. 0,5 cm weite Glasröhren angeschmolzen, von denen die untere durch den Hahn *H* verschlossen werden kann, die obere mit dem ca. 5 cm weiten, 25 cm langen zylindrischen Rohre *R* in Verbindung steht.

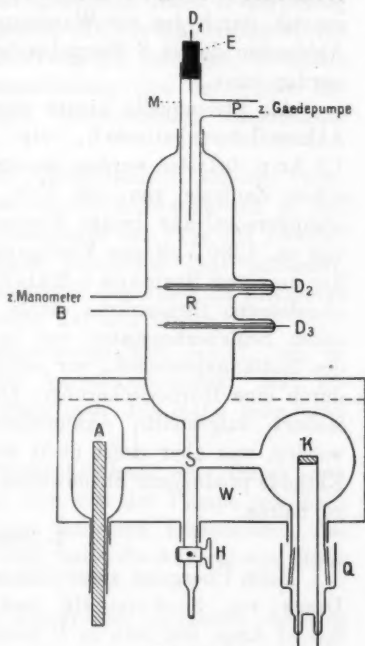


Fig. 14.

Dieses kommuniziert durch *B* mit dem Quecksilbermanometer und enthält bei *D*<sub>1</sub> und *D*<sub>2</sub> zwei normal zur Rohrachse stehende Ansätze, in die zwei, bis auf eine kleine Spitze mit Glas umkleidete Metallsonden eingekittet sind. Konaxial zu *R* ist das ca. 0,5 cm weite T-Rohr aus Messing eingebaut, das einerseits bei *E* durch den, die Platinsonde *D*<sub>1</sub> enthaltenden Bernsteinstopfen luftdicht verschlossen ist, andererseits durch *P* mit einer Gaedepumpe in Verbindung steht. Zur Kühlung des Entladungsrohres ist dieses in den eisernen Kasten *W* eingesetzt, durch den ein Wasserstrom hindurchgeleitet und zum Abblenden der in *S* übergehenden positiven Säule verschlossen werden kann.

Als Stromquelle diente eine aus 420 Zellen bestehende Akkumulatorenatterie <sup>1)</sup>, die in Serienschaltung bis zu 1,2 Amp. belastet werden konnte, und der Strom der städtischen Zentrale von 440 Volt Netzspannung. Bei Hintereinanderschaltung beider Systeme stand also eine Spannung von ca. 1280 Volt zur Verfügung. Zur schnellen Regulierung der an einem Siemens & Halskeschen Präzisionsampèremeter abgelesenen Stromstärke diente ein System von Ruhstratschen Schieberheostaten von ca. je 1500  $\Omega$ . Die Sicherung des Entladungskreises, vor allem auch der Batterie, erfolgte durch eine Hörnersicherung. Die Oxydkathode konnte durch isoliert aufgestellte Akkumulatoren zum Glühen gebracht werden, was aber meist nicht erforderlich war, da die an der Kathode produzierte Stromwärme ausreichte, das Blech glühend zu halten.

## 2. Versuche.

Beim Übergang einer Glimmentladung in Luft von einem Druck von 3–6 mm Hg und einer Stromstärke von ca. 0,5–1 Amp. ließ sich in *R* keinerlei Aureolerscheinung wahrnehmen. Bei *S* erschien allerdings ein winziges, gelbgrün gefärbtes Wölkchen über der helleuchtenden positiven Säule.

Da wir wissen, daß in letzterer eine starke Ionisation stattfindet, wir aber trotzdem nur eine äußerst schwache

1) Die Akkumulatorenatterie ist aus Mitteln der hochherzigen Stiftung des Hrn. Geheimrat Professor Dr. Hittorf aus Anlaß seines 60 jährigen Doktorjubiläums beschafft worden.

Aureole konstatieren können, folgern wir im Anschluß an unsere vorher geäußerten Anschauungen, daß die Expansivkräfte zu klein sind. Durch eine sekundäre Vergrößerung dieser müßte sich demnach eine kräftigere Aureolerscheinung hervorrufen lassen. Hierzu stehen uns verschiedene Wege frei:

a) Verwendung eines transversalen Gasstromes.

Wird die bei *P* angeschlossene Gaedepumpe in Tätigkeit gesetzt und durch den passend geöffneten Hahn *H* sorgfältig getrocknetes Gas derart eingelassen, daß das Manometer wieder einen konstanten Stand von 2—6 mm Hg annimmt, so erhält man bei durchgehender Glimmentladung eine der früher beschriebenen durchaus ähnliche, helleuchtende, ausgedehnte Aureolerscheinung in *R*.

Da die Gaedepumpe nicht kontinuierlich, sondern ruckweise arbeitet, treten auch periodische Schwankungen in der Geschwindigkeit des Transversalstromes auf. Da das Leuchtvermögen des Gases eine ganz bestimmte Zeit andauert, schwankt infolgedessen die leuchtende Gasmasse im Rhythmus jener Geschwindigkeitsänderungen auf und nieder.

Je größer man die Gasgeschwindigkeit macht, um so weiter ausgedehnt in *R* ist die Aureolerscheinung. Man erkennt dies besonders schön, wenn man den Hahn momentan öffnet und schließt.

Bei einer mittleren Geschwindigkeit des Gases von 200 cm/Sek., wie sie sich aus dem von der Pumpe pro Zeiteinheit abgesaugten Gasvolumen und den Dimensionen des Rohres angenähert berechnen ließ, hatte die Aureole eine Höhe von ca. 10 cm.

Hieraus ergibt sich die Dauer der gesamten Leuchterscheinung ca. 0,050 Sek.

Nach H. Hertz<sup>1)</sup> ist die direkt gemessene Dauer des Leuchtvermögens der Funkenaureole in Luft bei Atmosphärendruck 0,025 Sek.

Nach der in neuerer Zeit von Klingelfuss<sup>2)</sup> auf photo-

1) H. Hertz, l. c. p. 86.

2) F. Klingelfuss, l. c. p. 1206.

graphischem Wege mittels einer rotierenden Platte ausgeführten Bestimmung beträgt der Wert ca. 0,04 Sek.

Eingehende Messungen hierüber sind von mir in Vorbereitung. Vorläufige Versuche haben ergeben, daß die Abklingungszeit in verschiedenen Gasen verschieden ist. In reinem Stickstoff scheint sie wesentlich größer als in reinem Sauerstoff zu sein.

#### b) Verwendung pulsierenden Gleichstromes.

Eine zweite Möglichkeit der Erzeugung großer Expansivkräfte in der Strombahn besteht allgemein in der Verwendung zeitlich schnell schwankender Ströme, also disruptiver Entladungen (wie in Kap. II—III), von Wechselströmen (vgl. p. 647), oder endlich pulsierender Gleichströme.

Wurde mit dem soeben beschriebenen Stromsystem der Sekundärkreis eines Wechselstromtransformators in Serie geschaltet, so wurde stets bei Erregung desselben durch Wechselstrom eines kleinen Gleichstrom-Wechselstromumformers die Aureolerscheinung in *R* sichtbar, auch bei Abwesenheit eines transversalen Gasstromes. Die elektromotorische Kraft des Entladungskreises pulsierte in diesem Falle zwischen  $1280 \pm 900$  Volt.

#### 3. Messungen in der Gleichstromaureole.

Wegen der früher ausgesprochenen Bedenken bezüglich der Ergebnisse der elektrischen Messungen bei Benutzung von disruptiven Entladungen und elektrischen Schwingungen, wurde eine Reihe von Versuchen an der durch Gleichstrom unter Zuhilfenahme eines transversalen Gasstromes erzeugten „Aureole“ angestellt, deren wesentliche Resultate ich kurz mitteile.

1. Zur Ermittlung der Ionisierungsstärke des leuchtenden Gases diente die in dem geerdeten engen Metallrohre *M* angebrachte Sonde *D*<sub>1</sub>, die mit dem gut elektrostatisch geschützten empfindlichen Dolezaleckschen Quadrantelektrometer in Verbindung stand.

Daß auch bei der vorliegenden Art der Erregung der Aureole in ihr starke Ionisierung vorhanden ist, geht aus der folgenden Tabelle hervor.

Tabelle XVII.

Gasfüllung Luft.

 $p = 4 \text{ mm Hg. } J = 0,2 \text{ Amp.}$ Mittlere Geschwindigkeit des Gasstromes in  $M = 300 \text{ cm/Sek.}$ Kapazität des elektrometrischen Systems  $= 0,06 \text{ Mikrof.}$ 

Zeit in Sek.	Spannung der Sonde		Stromstärke bei - Ladung
	+ Ladung	- Ladung	Stromstärke bei + Ladung
0	2,02	2,02	
15	1,92	1,909	1,11
30	1,83	1,824	0,944
45	1,733	1,740	0,866
60	1,628	1,630	1,05
90	1,428	1,429	1,005
120	1,240	1,239	1,011
150	1,056	1,054	1,005
180	0,899	0,898	0,993
210	0,745	0,743	1,006
240	0,609	0,607	1,000

Die bei entgegengesetztem Vorzeichen im ionisierten Gase gemessenen Stromstärken sind demnach so gut wie gleich. Die in der Tabelle sich zeigenden Abweichungen rühren höchstwahrscheinlich von Schwankungen des erregenden Glimmstromes her. Dieselben sind bei Oxydkathoden und höheren Drucken schwer zu vermeiden.

2. Wie schon bei den früheren Messungen, so ergab die direkte Prüfung des ionisierten Gases mit Hilfe eines elektrometrischen Systems möglichst kleiner Kapazität auch hier, daß in sehr vielen Fällen eine sehr kleine freie positive Ladung vorhanden ist.

Daß diese nicht auf eine lichtelektrische Zerstreuung zurückzuführen ist, dürfte aus der Beobachtung folgen, daß bei Abwesenheit des ionisierten Gasstromes in der fraglichen Zeit keine Ablenkung des Elektrometers erfolgt.

3. Ohne näher an dieser Stelle auf die Sache einzugehen, möchte ich darauf hinweisen, daß die Ionisierungsstärke im Gasstrahle unter sonst konstanten Verhältnissen zeitlich etwas anwächst, und erst nach einer gewissen, von den Dimensionen des Apparates und den übrigen Parametern abhängenden Zeit einen konstanten Grenzwert erreicht. Diese Erscheinung ist bereits früher von Child<sup>1)</sup> bei ähnlichen Messungen an der Quecksilberbogenlampe beobachtet worden.<sup>2)</sup>

In den beiden folgenden Tabellen sind noch einige Zahlen mitgeteilt, welche die Ionisierungsstärke als Funktion der primären Stromstärke und des Gasdruckes darstellen.

Tabelle XVIII.

Luft.

 $p = 5 \text{ mm. } \varrho = \text{ca. } 300 \text{ cm/Sek.}$ 

$J$ Stromstärke des Glimmstromes in Amp.	$i$ Ionisierungs- stromstärke in Amp.	$i/J \cdot 4,98 \cdot 10^{-11}$
0,055	$1,21 \times 4,98 \cdot 10^{-11}$	22,22
0,073	1,62     "	22,19
0,082	1,91     "	23,29
0,098	2,43     "	24,79
0,125	3,25     "	26,0

Tabelle XIX.

 $J = 0,11 \text{ Amp. } \varrho = \text{ca. } 250 \text{ cm/Sek. im Mittel.}$ 

$p$	$i$	$p \times i$
2	$5,25 \times 4,98 \cdot 10^{-11}$	$10,5 \times 4,98 \cdot 10^{-11}$
3	8,32     "	9,96     "
4	8,01     "	12,04     "
5	2,53     "	12,65     "

1) C. D. Child, Phys. Rev. 22. p. 221. 1906.

2) Die Erscheinung wird genauer in der eingangs erwähnten, demnächst erscheinenden Abhandlung über die Aureole der Quecksilberdampf-lampe berücksichtigt.

Also auch hier nimmt die Ionisierungsstärke mit wachsender Erregungsstromstärke und sinkendem Gasdrucke zu, und zwar nahezu direkt mit ersterer und umgekehrt proportional mit letzterem.

Eingehendere Messungen zur Ermittlung der Ionenkonstanten sind in Vorbereitung.

#### 4. In der Aureole ist kein Potentialgradient nachweisbar.

Schon bei der Untersuchung der mittels disruptiver bzw. alternierender Ströme hoher Frequenz erzeugten Aureolerscheinungen habe ich eine Reihe von Versuchen mit Sonden ausgeführt, um festzustellen, ob eine Spannungsdifferenz in den leuchtenden Gaswolken nachzuweisen ist. Es zeigte sich, daß eine solche bei Beobachtung der früher erwähnten Vorsichtsmaßregeln nicht vorhanden ist. Da nun Sondenmessungen bei der verwendeten Stromart nicht einwandfrei sind, habe ich jene Versuche bei der durch Gleichstrom erzeugten Aureole mittels der bei  $D_2$  und  $D_3$  eingekitteten Sonden wiederholt.

$D_2$  blieb fest, während  $D_3$  radial zum Rohrquerschnitt verstellt werden konnte.

*Es wurde niemals eine Spannungsdifferenz zwischen  $D_2$  und  $D_3$  festgestellt, die mit der Richtung des erregenden Glimmstromes ihr Vorzeichen wechselte.* Daß gelegentliche Spannungsunterschiede nachzuweisen sind, rührt, wie eingehende Versuche an der Aureole des Quecksilberbogens früher ergeben hatten, von Ungleichmäßigkeiten in der räumlichen Ionenkonzentration verschiedenen Vorzeichens her. Hierauf ist wahrscheinlich auch die vorher erwähnte häufig auftretende schwache positive Ladung zurückzuführen.

Im folgenden sei noch kurz auf den früher erwähnten schwächenden Einfluß des Wasserdampfes auf das Leuchtvermögen von  $O_2$  und  $N_2$  in der Aureole eingegangen.

Die Versuche haben ergeben, daß:

1. die in der Aureole nachweisbare Ionisation bei Wasserstoff außerordentlich viel größer als bei Sauerstoff und Stickstoff, dagegen in den letzteren beiden nicht wesentlich verschieden ist,

2. die Ionisation in Sauerstoff und Stickstoff cet. par. merklich ansteigt, wenn die Gase Wasserdampf enthalten, obwohl das Leuchtvermögen stark zurückgeht,

3. die Schwächung des Leuchtvermögens in diesen Gasen auch durch Beimischung von absolut trockenem Wasserstoff bewirkt werden kann.

Unter Berücksichtigung dieser Tatsachen bin ich zu der Vorstellung gelangt, daß bei Anwesenheit von Wasserdampf dieser in der Entladungsbahn zersetzt wird und der frei werdende, spektroskopisch nachweisbare Wasserstoff nunmehr einen mehr oder weniger großen Teil der Stromleitung wegen seiner erheblich kleineren „dielektrischen Festigkeit“ übernimmt. Das die Aureole bildende Gas enthält dann in erster Linie  $H_2$ -Ionen und emittiert das sehr schwache Licht der  $H_2$ -Aureole.

Diese Vorstellung stützt sich auch auf gewisse Ergebnisse der spektralanalytischen Untersuchung des „Aureollichtes“ in Gasgemischen. Es hat sich gezeigt, daß in solchen häufig nur der eine Bestandteil zur Lichtemission erregt wird, selbst wenn er in geringerer Menge als die anderen Komponenten vorhanden ist. So emittiert die Luftaureole fast nur das Sauerstoffaureolspektrum. Welchen Einfluß die 21 Proz. Sauerstoff der Luft auf das Leuchtvermögen von Stickstoff haben, wurde schon von Hrn. Walter<sup>1)</sup> bei Untersuchung der durch die  $\alpha$ -Strahlung des Radiotellurs bewirkten Lumineszenz der Luft festgestellt. Es ergab sich, daß die nachgewiesene Lichtstrahlung nur den 4—5<sup>ten</sup> Teil derjenigen betrug, wie sie bei reinem Stickstoff erhalten wurde.

## Kapitel V.

### Die Aureole des Quecksilberlichtbogens.

In vieler Hinsicht dem Glimmstrom verwandt ist der sogenannte Quecksilberlichtbogen. In ihm können bei passender Wahl des Entladungsrohres prächtige Aureolerscheinungen auftreten.

1) B. Walter, Ann. d. Phys. 17. p. 367. 1905.



Zuerst sind dieselben an der eingangs erwähnten Hewittschen Quecksilberlampe beobachtet worden.<sup>1)</sup> Sehr viel schöner und ausgedehnter erhält man sie, wenn man nach Hrn. J. Stark<sup>2)</sup> das Leuchtrohr der gewöhnlichen Aronsschen Quecksilberlampe durch ein nicht zu weites Glasrohr mit einem großen Kühlraum verbindet.<sup>3)</sup> Wegen der starken Verdampfung an der Kathode bildet sich dann zwischen Strombahn und Kühlkammer ein beträchtliches Druckgefälle aus, das hinreichend sein kann, einen kräftigen Strahl ionisierten, helleuchtenden Quecksilberdampfes in letztere zu treiben. Die Intensität dieser Aureolerscheinung ist sehr beträchtlich wegen der starken elektrischen Erregung und der relativ großen Expansivkräfte.

Die nähere Untersuchung der Aureole hat die folgenden, uns an dieser Stelle interessierenden Ergebnisse geliefert.<sup>4)</sup>

1. Die Hg-Aureole besteht aus einem Strome leuchtenden, stark ionisierten Hg-Dampfes.<sup>5)</sup>

2. Die Ionisierungstärke in der Aureole nimmt unter sonst gleichen Bedingungen mit der erregenden Lichtbogenstromstärke zu.

3. Sie wächst ferner *cet. par.* mit abnehmendem Gasdruck im Kühlraum und zwar erreicht sie bei einem gewissen Druck ein Maximum, um darauf einem bestimmten Grenzwerte zuzustreben.

4. Die Träger der elektrischen Ladungen sind im allgemeinen positive und negative Ionen kleiner Beweglichkeit und negative Elektronen. *Das Verhältnis der Zahl der freien Elektronen zu derjenigen der negativen Ionen nimmt stark mit sinkendem Druck im Kühlraum zu.*

5. Das Aureolegebilde besitzt keinen, von der Richtung des erregenden Stromes abhängenden Potentialgradienten, enthält also keine Strömungslinien.

1) Vgl. A. Winkelmann, Handb. der Physik 2. Aufl. 4. p. 528, Fig. 202.

2) J. Stark, l. c.

3) Die Vorrichtung ist dann im wesentlichen mit der in Fig. 13 bzw. 14 abgebildeten identisch.

4) Vgl. Bemerkung p. 638.

5) Vgl. C. D. Child, l. c.; J. J. Thomson, Phil. Mag. 24. p. 358. 1890.

6. Die strahlförmige Aureole ist nicht elektrisch und magnetisch ablenkbar.

7. Der zwischen Strombahn und leuchtenden Teilen der Aureole auftretende dunkle Raum wächst mit abnehmendem Gasdruck.

8. Bei höherem Dampfdrucke können deutlich ausgeprägte, in der „Strahlrichtung“ aufeinander folgende Maxima und Minima im Leuchten der Aureole auftreten.<sup>1)</sup>

9. Der Aureolstrahl ist mechanisch leicht ablenkbar. Fig. 15 *a* zeigt die strahlförmig ausgebildete Erscheinung in der

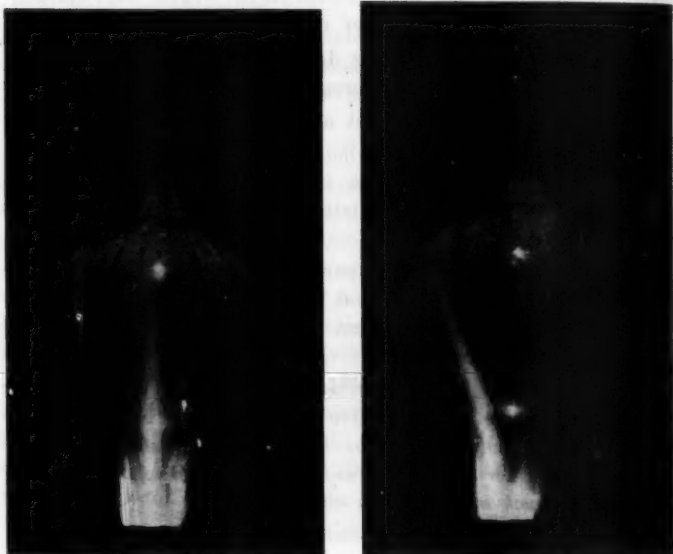


Fig. 15.

kugelförmigen Kühlkammer unabgelenkt, Fig. 15 *b* durch einen seitlichen Strom gewöhnlichen Quecksilberdampfes abgelenkt. Der seitliche Strom wurde durch Erwärmung der oberen rechten Glaswand mit dem Bunsenbrenner erzeugt. (Man er-

1) Vgl. J. Stark, l. c.

kennt in der Photographie deutlich die Stelle, wo die Glaswand durch Erhitzen von Quecksilber befreit ist.) Die dort hervor-gebrachte Verdampfung des an der Glaswand kondensierten Quecksilbers ruft eine, auf die kühlere, gegenüberliegende Glaswand übergehende Strömung hervor.

Daß der leuchtende Strahl die Eigenschaften eines gewöhnlichen Gas- oder Wasserstrahles besitzt, ist schon früher von Hrn. J. Stark ausgesprochen worden. Als weitere Bestätigung möchte ich noch die folgenden Erscheinungen anführen. Ist der „Strahl“ vertikal nach oben gerichtet, dann vermag er Quecksilberkügelchen von beträchtlichen Dimensionen schwebend in sich zu erhalten, ähnlich wie eine Glaskugel im Springbrunnen vom Wasserstrahl getragen wird. Trifft der leuchtende Strahl auf eine schräg gestellte Glasplatte, so erfolgt die Reflexion genau wie bei einem auf eine feste Wand auftreffenden Wasserstrahl.

#### Kapitel VI.

##### Die Aureole des gewöhnlichen Lichtbogens.

Hr. J. Stark hat vor einigen Jahren eingehende Untersuchungen über den Lichtbogen angestellt und im Anschluß daran eine Theorie desselben aufgestellt.<sup>1)</sup> Da hiernach die Lichtbogenentladung einen speziellen Fall der Glimmentladung darstellt, nämlich den Grenzfall, wo durch die aus der Kathode austretenden Elektronen der Verarmungsbereich um diese an negativen Ionen bzw. Elektronen beseitigt und damit, der bei der gewöhnlichen Glimmentladung vorhandene hohe Kathodenfall auf wenige Volt reduziert wird, und da außerdem wegen der außerordentlich hohen Temperaturen auch merkliche Expansivkräfte in der Gasmasse auftreten, so scheint es von vornherein höchstwahrscheinlich zu sein, daß die beim Lichtbogen längst bekannte Aureole in gleicher Weise zu erklären ist, wie in den vorher behandelten Fällen. Hr. J. Stark hat diese Vermutung bereits vor einigen Jahren klar ausgesprochen.<sup>2)</sup> Hr.

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 4. p. 407. 1901; 7. p. 438. 1902; 12. p. 673. 1903. — Gleichzeitig ist von J. J. Thomson, l. c. eine im wesentlichen gleiche Theorie aufgestellt.

2) Vgl. J. Stark, Ann. d. Phys. 12. p. 675. 1903; A. Winkelmann, Handb. d. Phys. 2. Aufl. 4. p. 528.

O. Lehmann<sup>1)</sup> vertritt dagegen wie schon eingangs bemerkt, mit einer gewissen Reserve die Auffassung, daß die Aureole ein eigentliches Stromgebilde darstellt, dessen Existenz also an Potentialgradienten und Strömungslinien geknüpft ist. Die hierfür angeführten Gründe scheinen mir nicht ganz beweisend zu sein. Ohne auf diese näher einzugehen, möchte ich kurz einige Versuche mitteilen, die meiner Ansicht nach entscheidend sind.

Es wurde unter Benutzung von Effektkohlen und einer elektromotorischen Kraft von 720 Volt ein horizontaler Lichtbogen von ca. 4 Amp. erzeugt, bei dem bei passendem Kohlenabstande eine sehr ausgedehnte „Aureolflamme“ erhalten wird. In nicht zu nahe der eigentlichen Strombahn gelegene Stellen der leuchtenden Aureole wurden zwei, in konstantem Abstände von 5 mm erhaltene Platinsonden eingetaucht. Dieselben waren derart befestigt, daß sie sich leicht in jede beliebige Lage zur Aureole bringen ließen. Die Temperatur war an den zu untersuchenden Stellen so hoch, daß die 0,4 mm starken Sonden rot- bis weißglühend wurden.

Wurde die Spannungsdifferenz der Sonden mit einem hochempfindlichen Kompensationsapparat gemessen, was ja wegen der starken Leitfähigkeit des Gases zulässig ist, so zeigte sich, daß allerdings ein kleiner Potentialunterschied bei vielen Stellungen der Doppelsonde nachweisbar war. Daß derselbe aber nicht von Strömungslinien herrührte, folgte aus der Tatsache, daß in keinem Falle das Vorzeichen des kleinen Spannungsunterschiedes mit der Umkehr der Richtung des Lichtbogenstromes wechselte.

Die kleinen, zwischen den Sonden nachweisbaren Potentialunterschiede rühren wohl von sekundären Phänomenen her. Erstens können sie, wie beim Glimmstrom und Quecksilberlichtbogen festgestellt, durch Konzentrationsunterschiede der Ionen in der Aureole entstehen. Zweitens kann auch der Grund in Temperaturunterschieden der Sonden liegen. Die beobachtete Erscheinung hat große Ähnlichkeit mit der bekannten Tatsache, daß beim Eintauchen zweier Platinsonden in einen Bunsenbrenner zwischen diesen auch Potentialdifferenzen auftreten.

1) O. Lehmann, l. c. p. 284 u. 289.

*Daß der vorhergehende Versuch entscheidend ist, dürfte auch daraus folgen, daß die Lichtbogaureole, ebenso wie alle früher erwähnten gleichartigen Erscheinungen, ein geerdetes Platinnetz zu durchdringen vermag.*

Ist die Aureolflamme ausgedehnt genug, dann läßt sich leicht zeigen, daß die oberen Partien nicht vom Magneten abgelenkt werden. Die Ablenkung der unteren, der Strombahn benachbarten Teile ist eine scheinbare, hervorgerufen durch die vom Magneten herrührende Deformation der Strömungslinien in dem eigentlichen die Entladung besorgenden, hochtemperierten Stromkanal.

Wegen der großen Leitfähigkeit der Aureole werden natürlich die der Strombahn benachbarten Teile Strömungslinien enthalten können; denn der Übergang von Strombahn und Aureole ist ja kein scharfer. Die Dichte der Strömungslinien nimmt in einer gewissen, von der Stromstärke abhängenden Entfernung vom zentralen Teile sehr schnell, aber doch wohl stetig ab.

Übrigens weist Hr. O. Lehmann selbst auf die Schwierigkeiten hin, welche der Annahme des Zustandekommens der Aureole durch Strömungsverhältnisse entgegenstehen. Man kann bekanntlich außerordentlich ausgedehnte, flammenartige, nach oben spitz zulaufende, heftig flackernde Lichtbogaureolen erzeugen.<sup>1)</sup> Sich vorzustellen, daß in diesen schmalen flammenartigen Gebilden auf der einen Seite der Strom auf-, auf der anderen Seite absteigt, hält in der Tat außerordentlich schwer.

Daß in der Lichtbogaureole das leuchtende Gas stark ionisiert ist, ist eine längst bekannte Tatsache, auf die ich nur der Vollständigkeit halber hinweisen muß, da wir jene Eigenschaft als eine der Aureole wesentliche ansehen. Die Träger der freien Ladungen sind negative und positive Gasionen; die Zahl der freien Elektronen muß wegen der relativ großen Gasdichte zu vernachlässigen sein.

---

1) Dieselben finden bei der modernen Gewinnung von Stickstoffverbindungen aus dem atmosphärischen Stickstoff eine ausgedehnte Verwendung.

## Kapitel VII.

## Zusammenfassung.

Wir fassen die Hauptergebnisse der vorliegenden Untersuchung kurz in folgenden Sätzen zusammen:

1. Das Hertz'sche Entladungsphänomen stellt einen Spezialfall der bei der Funken- bzw. Glimmentladung auftretenden Lichthülle dar, die mit den beim Lichtbogen und in der Quecksilberdampf-Flamme in Erscheinung tretenden analogen Gebilden einer bestimmten Gruppe von Vorgängen angehört, die wir kurz unter dem Namen der Aureolerscheinungen zusammenfassen.

2. Die Aureole ist eine sekundäre Erscheinung in der Gasmasse, die jede Gasentladung unter geeigneten Bedingungen begleiten kann.

3. Sie wird hervorgerufen durch die in der eigentlichen Strombahn stark ionisierten und aus dieser durch Expansivkräfte herausgeschleuderten Gaswolken.

4. In diesen Gaswolken findet eine der Ionisierungsstärke entsprechende Rekombination der Ionen bzw. der Elektronen mit den positiven Atomionen statt. Die bei dieser Wiedervereinigung frei werdende Ionenenergie setzt sich zum Teil in Wärme, zum Teil in Lumineszenzstrahlung um.<sup>1)</sup>

5. Entgegen den früheren Anschauungen<sup>2)</sup> ist die Existenz der Aureole nicht an in ihr vorhandene freie Spannungsgefälle und Strömungslinien geknüpft.

6. Bei einseitig gerichteten Expansivkräften, wie man sie z. B. durch entsprechende Wahl der Entladungsvorrichtungen usw. erzeugen kann (wie in Figg. 2, 13, 14, 15), ist man in der Lage, eine strahlförmige Ausbildung der Aureole zu erhalten. Dieses, alle mechanischen Eigenschaften eines gewöhnlichen Gas-

1) Eine eingehende Bezugnahme auf die Stark'sche Hypothese über den Mechanismus der Lumineszenz wird demnächst bei der Mitteilung der optischen Eigenschaften der Aureolen erfolgen. Dort wird auch eine Reihe von Versuchen mitgeteilt werden, welche dartun, daß die Träger der Lumineszenz, wenn überhaupt, so nur zu einem außerordentlich kleinen Bruchteil mit freien elektrischen Ladungen behaftet sein können.

2) Vgl. G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität, I. c.; A. Perrot, I. c.; O. Lehmann, I. c.; F. Klingelfuss, I. c.

strahles besitzende Gebilde ist weder elektrisch noch magnetisch ablenkbar<sup>1)</sup>, wie unsere obige Erklärung es fordert.

7. Je nach der Art der Entladung, der Natur des die Entladung besorgenden Gases oder Dampfes sind die Expansivkräfte und damit die Dimensionen der Aureole innerhalb gewisser Grenzen verschieden. Als Ursache der Expansivkräfte kommen in erster Linie die durch die elektrische Strömung bewirkte mehr oder weniger starke Temperaturerhöhung gegen die umgebende Gasmasse und die eventuell durch jene Stromwärme veranlaßte Verdampfung des Elektrodenmaterials usw. (wie beim Hg-Bogen und zum Teil beim Kohlelichtbogen), in zweiter Linie der in der Strombahn auf Grund der starken Ionisation erzeugte Partialdruck der Ionen in Frage. Eine untergeordnete Rolle spielen offenbar reine Diffusionsvorgänge (Gleichstrom-Glimmentladung ohne Transversalstrom).

8. In den Fällen, wo bei verdünnten Gasen die Expansivkräfte nicht durch Verdampfung entstehen, stellen disruptive bzw. oszillatorische oder pulsierende Entladungen günstigere Bedingungen für die Ausbildung der Aureolerscheinungen als Gleichstrom dar.

9. Sollen bei kontinuierlichem Gleichstrom solch von merklichen Dimensionen hervorgerufen werden, so muß ein künstlich erzeugter Gasstrom benutzt werden.

10. Der häufig zwischen Aureole und Strombahn zu beobachtende dunkle Raum ist als die Sphäre aufzufassen sein, in der die Ionen frei das Gas durchheilen, ohne daß eine nennenswerte Rekombination und damit ein Freiwerden von Energie zur Erregung von Lumineszenz stattfindet. Für diese Erklärungsweise spricht der Umstand, daß die Dicke des dunklen Raumes mit abnehmendem Gasdrucke wächst.

11. Der Gasdruck, bei dem die Aureole erzeugt wird, hat einen bedeutenden, wesentlichen Einfluß auf die elektrischen und optischen Eigenschaften. Man kann hiernach zwei verschiedene Klassen von Aureolerscheinungen unterscheiden:

a) Bei den ersten, die bei höheren Drucken entstehen, sind die Träger der Ladungen positive und negative Ionen

1) Vgl. H. Hertz, l. c.; vgl. auch p. 639 u. 690 dieser Abhandlung.

relativ kleiner Beweglichkeit. (Funken-, Glimmstrom-, gewöhnliche Lichtbogaureole).

b) Bei den zweiten, nur bei sehr tiefen Drucken auftretenden, sind die Träger der negativen Ladungen in erster Linie die freien Elektronen selbst. (Hg-Dampfaureole.)

12. Die Ionendichte in der Aureole nimmt mit der erregenden Stromstärke zu, mit dem Gasdrucke ab.

Zum Schluß sei noch ausdrücklich betont, daß unter Umständen selbstverständlich auch chemische Prozesse das Aureolphänomen modifizieren können, wie etwa beim Funken oder Lichtbogen in atmosphärischer Luft, wo in der Aureole eine Oxydation des Stickstoffs stattfindet. Diese Vorgänge stellen aber keine Existenzbedingung dar, wie bis jetzt von verschiedenen Autoren angenommen wurde<sup>1)</sup>, sondern sind vollständig sekundärer Natur.

Die vorliegende Arbeit wurde zum großen Teile im Physikalischen Kabinett der Universität Königsberg, zum kleineren Teile im Physikalischen Institut der Universität Münster ausgeführt. Ich möchte nicht versäumen, auch an dieser Stelle Hrn. Prof. Dr. G. C. Schmidt für das entgegengebrachte Interesse und die jederzeit bereitwilligst gewährte Unterstützung meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Münster, im August 1909.

---

1) Vgl. A. Winkelmann, Handbuch d. Physik 2. Aufl. 4. p. 528; O. Lehmann, l. c.

(Eingegangen 24. August 1909.)



**2. Allgemeine Theorie  
elektrostatischer Meßinstrumente mit besonderer  
Berücksichtigung des Quadrantelektrometers;  
von J. del Pulgar und Th. Wulf.**

Über das Quadrantelektrometer als Spannungszeiger sind wir durch eine Reihe eingehender Arbeiten im allgemeinen gut unterrichtet. Nachdem Maxwell<sup>1)</sup> die Grundformel entwickelt, hat zuerst Hallwachs<sup>2)</sup> auch die Potentialdifferenzen der verschiedenen Metallteile gegeneinander beachtet. Trotzdem blieben zwischen Theorie und Erfahrung noch einige Differenzen bestehen, die sich besonders bei stärkeren Hilfsladungen bemerklich machten. Sie wurden zuerst von Gouy<sup>3)</sup> und dann ausführlicher von Orlich<sup>4)</sup> auf nicht lineare Änderungen der Kapazitäts- und Induktionsfaktoren mit dem Ausschlagswinkel zurückgeführt, und in einer kurzen Notiz wiesen neuerdings Cohnstaedt<sup>5)</sup> und Scholl<sup>6)</sup> nach, daß diese nicht linearen Glieder von unsymmetrischer Anordnung der Nadel herrühren und bei einem sorgfältig ausgeführten Instrument durch geeignete Aufstellung stets auf einen sehr kleinen Betrag herabgedrückt werden können. Wir halten daher diese Punkte für erledigt und denken uns im folgenden zunächst ein ideales Instrument, indem wir keine Glieder höherer Ordnung für die Änderung der Koeffizienten voraussetzen. Ebenso sollen die Kontaktpotentiale in den Angaben bereits enthalten sein.

Die Verwendung des Instrumentes zur Messung von Elektrizitätsmengen, wie sie jetzt bei den Problemen der Radioaktivität häufiger wird, ist noch wenig behandelt. Nur für den

1) J. C. Maxwell, Elektrizität und Magnetismus, deutsch von Weinstein 1883. Bd. I. p. 350 ff.

2) W. Hallwachs, Wied. Ann. 29. p. 1. 1886.

3) G. Gouy, Journ. de Phys. 7. p. 97. 1888.

4) E. Orlich, Zeitschr. f. Instrumentenk. 23. p. 97. 1903.

5) E. Cohnstaedt, Physik. Zeitschr. 7. p. 380. 1906.

6) H. Scholl, Physik. Zeitschr. 9. p. 915. 1908.

Fall der Quadrantschaltung, der allerdings, wie sich im folgenden zeigen wird, der ungünstigste ist, hat Harms<sup>1)</sup> eine Untersuchung angestellt, deren Resultate wir im allgemeinen bestätigt fanden. Auch wenn Harms findet, daß die Angaben über Kapazität und Kapazitätsänderungen, die sich in der Literatur vorfinden, vielfach unvollständig sind, so können wir dem nur zustimmen. Auch in der Literatur der letzten Jahre finden sich solche unrichtige oder wenigstens leicht mißverständliche Angaben.

Wir finden die Ursache dieser Irrtümer hauptsächlich darin, daß die Begriffe der Kapazität und der Empfindlichkeiten vielfach auf Verhältnisse angewandt werden, für welche sie nicht definiert sind. Schon Harms l. c. sieht sich gezwungen, von der „wahren“ Kapazität eine „scheinbare“ zu unterscheiden. Wir sind auf diesem Wege so weit gegangen, als es die systematische Darstellung, die wir im folgenden zu geben versuchen, verlangte. Es scheint uns, daß wir damit die Unklarheiten aus dem Wege räumen.

#### I. Definitionen.

Maxwell definiert die Kapazität eines Konduktors als die Elektrizitätsmenge, welche er besitzt, wenn sein Potential gleich Eins, das der umgebenden Körper gleich Null ist. Für den Fall, daß das Potential der Umgebung von Null verschieden ist, bleibt nach dieser Definition die Kapazität unbestimmt. Der Fall tritt häufig genug ein. Bei Quadrantelektrometern wird gefragt nach der Kapazität der Nadel, wenn die Quadranten geladen sind. Man setzt die Elektrizitätsmenge, welche einer gemessenen Spannungsdifferenz entspricht, gleich dem Produkt aus „Kapazität“ mal Potentialdifferenz, auch bei geladenen Quadranten.

Es gibt zwei verschiedene Wege, diese Unbestimmtheit zu beseitigen. Beide sind gelegentlich besprochen worden, vielleicht hier und da, ohne sich der Verschiedenheit bewußt zu werden. Entweder man *erweitert* die Maxwellsche Definition auch auf den Fall, daß die Potentiale der Umgebung von Null verschieden sind. Dann geben die Maxwellschen Gleichungen

1) F. Harms, Ann. d. Phys. 10. p. 816. 1903.

für die Kapazität eines Körpers mit der Ladung  $e_0$  und dem Potential  $v_0$  den Wert

$$\frac{e_0}{v_0} = c_0 + c_{01} \frac{v_1}{v_0} + c_{02} \frac{v_2}{v_0} + \dots$$

Die Kapazität eines Körpers ändert sich nach dieser Definition auch mit dem *Potential der Umgebung* und geht für  $v_1 = v_2 = \dots = 0$  in den gewöhnlichen Wert  $c_0$  über. Das sind die zwei Werte, welche Harms l. c. die „scheinbare“ und die „wahre“ Kapazität eines Körpers nennt. Oder man modifiziert die Maxwellsche Definition dahin, daß man die Kapazität durch jene Elektrizitätsmenge bestimmt, welche einem Konduktor zugeführt werden muß, um sein Potential von Null auf Eins oder allgemein um die Einheit zu erhöhen, während das Potential der Umgebung konstant bleibt. Wir haben für beliebige Werte  $v_0 v_1 v_2 \dots$

$$e_0 = c_0 v_0 + c_{01} v_1 + c_{02} v_2 + \dots$$

Wird  $v_0$  durch Vermehrung der Ladung in  $v_0'$  verwandelt, während  $v_1 v_2 \dots$  konstant bleiben, so ist wieder

$$e_0' = c_0 v_0' + c_{01} v_1 + c_{02} v_2 + \dots$$

Daher

$$\frac{e_0' - e_0}{v_0' - v_0} = c_0.$$

Benutzen wir diese Gleichung zur Definition der Kapazität, so ergibt sich dieselbe als unabhängig vom Potential der Umgebung und gleich dem Wert, den auch die Maxwellsche Definition gibt. Wie sehr die Vorzüge dieser Definition in die Augen springen, so haben wir sie doch in keinem der uns zugänglichen Lehrbücher gefunden.

Noch einleuchtender werden diese Vorzüge, wenn wir jetzt zu Systemen übergehen, deren Kapazität nicht konstant, sondern (man denke zum Beispiel an das Braunsche Elektrometer) etwa mit einem Winkel  $\vartheta$  sich ändert. Wir haben dann, wie es in ähnlichen Fällen immer geschieht, den *partiellen Differentialquotienten*  $\partial e_0 / \partial v_0$  bei konstantem  $\vartheta_0$  zu bilden und bezeichnen seinen Wert als die Kapazität des Körpers bei dem Winkel  $\vartheta_0$ .

Wenn aber bei der Aufladung der Winkel  $\vartheta$  nicht konstant bleibt (und das trifft bei Elektrometern immer zu) so steigt ge-

wöhnlich die Kapazität mit dem Ausschlag, und es ist noch eine weitere Zufuhr von Ladung notwendig, um die Differenz der Kapazitäten aufzuladen. Alsdann ist

$$(1) \quad de = \frac{\partial e}{\partial v} dv + \frac{\partial e}{\partial \vartheta} d\vartheta$$

und wir bezeichnen den *totalen* Differentialquotienten

$$(1^*) \quad \frac{de}{dv} = \frac{\partial e}{\partial v} + \frac{\partial e}{\partial \vartheta} \frac{d\vartheta}{dv}$$

als die totale Kapazität eines Konduktors.

Diese Unterscheidung zwischen totaler und partieller Kapazität eines Elektrometers hat ganz analoge Bedeutung und ist deshalb geradeso notwendig, wie die Unterscheidung der spezifischen Wärme bei konstantem Druck von der bei konstantem Volum, während der Unterschied zwischen wahrer und scheinbarer Kapazität bei unserer Definition verschwindet.

Ähnlich ist  $\partial\vartheta/\partial e$  die partielle Mengenempfindlichkeit bei konstantem Potential. Sie bezeichnet die Beziehung zwischen Ausschlag und Nadelladung, wenn dabei das Potential durch Anlegen an eine große Elektrizitätsquelle konstant gehalten wird.

$d\vartheta/de$ , die totale Mengenempfindlichkeit, gibt die Beziehung, wenn Ladung und Potential sich ändern.

Endlich ist  $\partial\vartheta/\partial v$  die partielle Volttempfindlichkeit bei konstantem  $e$ . Man versteht darunter die Änderung des Potentials mit dem Winkel, wenn die Ladung  $e$  zum Beispiel auf der Nadel eines Quadrantelektrometers oder Braunschen Elektrometers isoliert ist und dann die Nadel schwingt. Sie ist stets von entgegengesetztem Vorzeichen als  $\partial\vartheta/\partial e$ . Denn wenn die Nadel sich in einer solchen Richtung bewegt, daß zur Konstanthaltung des Potentials eine Zufuhr von Ladung notwendig ist, so wird stets ohne diese Zufuhr (Ladung konstant) das Potential sinken und umgekehrt.  $d\vartheta/dv$  dagegen ist die totale Volttempfindlichkeit, wenn auch die Ladung  $e$  eine andere wird, also das Instrument infolge einer Zufuhr von Elektrizitätsmenge z. B. aus einer Gleichgewichtslage in eine andere übergeht.

Wir haben also sechs Koeffizienten, welche ein Meßinstrument sowohl zur Prüfung von Potentialen wie von Elektrizitätsmengen und Kapazitäten vollständig charakterisieren. Sie sollen im folgenden kurz so bezeichnet sein

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial e}{\partial v} = \kappa \text{ die partielle Kapazität,} \\ \frac{d e}{d v} = K \text{ „ totale „} \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial v} = \gamma \text{ „ partielle Volttempfindlichkeit,} \\ \frac{d \vartheta}{d v} = \Gamma \text{ „ totale „} \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial e} = \varepsilon \text{ „ partielle Mengenempfindlichkeit,} \\ \frac{d \vartheta}{d e} = E \text{ „ totale „} \end{array} \right.$$

Die sechs Koeffizienten sind jedoch nicht unabhängig voneinander.

Man findet aus Gleichung (1) und einer analogen für  $dv$  oder  $d\vartheta$  leicht die folgenden Beziehungen:

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon \kappa = -\gamma, \\ EK = \Gamma, \\ (K - \kappa) \varepsilon = \Gamma. \end{array} \right.$$

Es sind also durch je drei, die nicht alle drei partielle oder alle drei totale Ableitungen sind, alle sechs bestimmt.

Kann man diese Koeffizienten aus den Dimensionen des Apparates berechnen, oder doch wenigstens durch andere rein mechanische Messungen bestimmen, so spricht man von einem absoluten Elektrometer im Gegensatz zu den Instrumenten, bei welchen die Koeffizienten durch elektrische Messungen an anderen Hilfsapparaten ermittelt werden müssen, und die also für sich allein nur relative Werte geben.

## II. Allgemeine Theorie.

1. Jedes Elektrometer ist ein System von  $n$  Konduktoren, von welchen wenigstens einer unter Einwirkung elektrostatischer und mechanischer Kräfte sich auf vorgeschriebener Bahn in genau meßbarer Weise bewegen kann. Wir wollen also annehmen, daß die geometrische Lage jedes dieser Konduktoren durch je eine Koordinate  $\vartheta_a$ , wo  $a = 1, 2, 3 \dots n$  sein kann, bestimmt ist. Der Gesamtzustand jedes dieser Konduktoren ist also bestimmt, wenn die elektrische Ladung  $e_a$ , das Potential  $v_a$

und die Abszisse  $\vartheta_a$  bekannt sind. Die drei Größen können als Koordinaten des Konduktors im weiteren Sinne betrachtet werden.

Das ganze System besitzt stets eine gewisse potentielle Energie, welche von den Koordinaten  $e_a, v_a, \vartheta_a$  abhängt

$$(4) \quad \Phi = \varphi(e_a, v_a, \vartheta_a) \quad a = 1, 2 \dots n.$$

Sie ist im allgemeinen zum Teil mechanischer, zum Teil elektrostatischer Natur.

Außerdem müssen die Koordinaten den Maxwell'schen Gleichungen genügen

$$(5) \quad G_a = e_a - c_{a1} v_1 - c_{a2} v_2 - \dots - c_{ab} v_b - \dots - c_{an} v_n = 0 \\ a = 1, 2 \dots n,$$

wo die  $c_{ab}$  die Induktionskoeffizienten Maxwell's bedeuten.

Sind die Gleichungen  $\Phi$  und die  $n$  Gleichungen  $G_a$  bekannt, so lassen sich daraus die Gleichgewichtsbedingungen gewinnen, wie zuerst Maxwell für das Quadrantelektrometer als Spannungsmesser gezeigt hat.

Wir wünschen jedoch die Beziehungen zwischen den Koordinaten zu finden auch für die Zeit, wo das Elektrometer noch nicht zur Ruhe gekommen ist, und verwenden deshalb das Prinzip der virtuellen Verschiebungen, geradeso wie es in der Mechanik zu geschehen pflegt bei Systemen mit beschränkter Bewegungsfreiheit.

Die Verwendung dieses Prinzips in der Elektrostatik verlangt eine Verallgemeinerung der Begriffe Kraft und Weg. Während das Prinzip in der Mechanik zunächst nur für örtliche Verschiebungen gebraucht wird, wo die Koordinaten drei Richtungen bezeichnen, und die Ableitungen der potentiellen Energie nach diesen drei Richtungen Kräfte im engeren Sinn, verstehen wir hier unter Koordinaten eben jene drei Veränderliche  $e, v, \vartheta$ , durch welche die potentielle Energie des Systems bedingt ist, und bezeichnen die partiellen Ableitungen derselben nach einer dieser Koordinaten mit entgegengesetztem Vorzeichen als Kräfte im weiteren Sinn. Die Berechtigung zu dieser Verallgemeinerung liegt darin, daß die übliche Darstellung zwar anschaulicher, aber gar nicht daran gebunden ist, daß die virtuellen Verschiebungen Strecken be-

deuten. Die ganze Beweisführung bleibt Schritt für Schritt erhalten, wenn dieselben irgendwelche Koordinaten der Energie und ihre Koeffizienten die partiellen Ableitungen nach dieser Koordinate sind.

Übrigens sind diese Gedanken nicht neu. Schon Helmholtz betont in seinen Vorlesungen<sup>1)</sup>, daß die allgemeinen Koordinaten nicht Längenabmessungen zu sein brauchen und für die elektromagnetischen Erscheinungen hat schon E. Carvallo<sup>2)</sup> eine ganz analoge Verallgemeinerung durchgeführt. Die beiden Theorien können als Spezialfälle einer viel allgemeineren Theorie eines Systems elektrischer und magnetischer Körper betrachtet werden, von welcher wir hier den Fall betrachten, daß keine stationären Ströme auftreten.

2. Wir wenden also die Lagrangesche Methode der unbestimmten Multiplikatoren an. Zunächst für den Fall des Gleichgewichtes haben wir

$$(6) \quad \sum_a \frac{\partial \Phi}{\partial e_a} \delta e_a + \sum_a \frac{\partial \Phi}{\partial v_a} \delta v_a + \sum_a \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta_a} \delta \vartheta_a = 0$$

$$a = 1, 2 \dots n.$$

Sodann müssen wir das System der Gleichungen (5) als Verbindungsgleichungen bezeichnen, welche die Unabhängigkeit der Koordinaten einschränken. Sie geben die  $n$  weiteren Bedingungen

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_a \frac{\partial G_1}{\partial e_a} \delta e_a + \sum_a \frac{\partial G_1}{\partial v_a} \delta v_a + \sum_a \frac{\partial G_1}{\partial \vartheta_a} \delta \vartheta_a = 0, \\ \vdots \\ \sum_a \frac{\partial G_b}{\partial e_a} \delta e_a + \sum_a \frac{\partial G_b}{\partial v_a} \delta v_a + \sum_a \frac{\partial G_b}{\partial \vartheta_a} \delta \vartheta_a = 0, \\ \vdots \\ \sum_a \frac{\partial G_n}{\partial e_a} \delta e_a + \sum_a \frac{\partial G_n}{\partial v_a} \delta v_a + \sum_a \frac{\partial G_n}{\partial \vartheta_a} \delta \vartheta_a = 0. \end{array} \right.$$

1) H. v. Helmholtz, Vorlesungen Bd. I. Abt. 2. p. 295. Wir haben uns in der Wahl der Zeichen dieser Darstellung angeschlossen.

2) E. Carvallo, L'électricité déduite de l'expérience et ramenée au principe des travaux virtuels (Sammlung Scientia 19) II. Paris 1907.

Multipliziert man die Gleichungen (7) der Reihe nach mit dem unbestimmten Faktor  $\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_n$  und addiert (6) und (7), so erhält man

$$\sum_{a=1}^{a=n} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial e_a} + \sum_{b=1}^{b=n} \gamma_b \frac{\partial G_b}{\partial e_a} \right\} \delta e_a + \sum_{a=1}^{a=n} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial v_a} + \sum_{b=1}^{b=n} \gamma_b \frac{\partial G_b}{\partial v_a} \right\} \delta v_a + \sum_{a=1}^{a=n} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta_a} + \sum_{b=1}^{b=n} \gamma_b \frac{\partial G_b}{\partial \vartheta_a} \right\} \delta \vartheta_a = 0.$$

Da nun diese Summe der virtuellen Momente in einem Gleichgewichtspunkt für beliebige Werte der virtuellen Verschiebungen  $\delta e, \delta v, \delta \vartheta$  beständig gleich Null sein muß, so zerfällt die obige Gleichung in folgende  $3n$  Bedingungen

$$(8) \quad \begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial e_a} + \sum_{b=1}^{b=n} \gamma_b \frac{\partial G_b}{\partial e_a} = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial v_a} + \sum_{b=1}^{b=n} \gamma_b \frac{\partial G_b}{\partial v_a} = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta_a} + \sum_{b=1}^{b=n} \gamma_b \frac{\partial G_b}{\partial \vartheta_a} = 0. \end{cases} \quad a = 1, 2 \dots n.$$

Sie enthalten in  $3n$  Gleichungen die  $3n$  Unbekannten und die  $n$  unbestimmten Koeffizienten  $\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_n$ .

Das vorliegende Problem ist gelöst mit der Aufstellung einer Elektrometergleichung, welche zu gegebenen Werten  $\vartheta_1, \vartheta_2 \dots \vartheta_n$  die zugehörigen Werte von  $v_1, v_2 \dots v_n$  bzw.  $e_1, e_2 \dots e_n$  finden läßt.

Dazu genügen aber die Gleichungen (8). Werden zunächst die  $n$  Unbekannten  $\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_n$  bestimmt, so bleiben noch  $2n$  Gleichungen. Sind daher die  $\vartheta_1, \vartheta_2 \dots \vartheta_n$  gegeben, so genügen dieselben, die  $2n$  Unbekannten  $e_1, e_2 \dots e_n, v_1, v_2 \dots v_n$  zu berechnen.

In unserem Falle können wir die Lösung unbeschadet der Allgemeinheit noch etwas weiter führen. Die elektrische



Energie ist  $\frac{1}{2} \sum e_a v_a$ , die mechanische eine Funktion  $f(\vartheta_a)$  nur der Koordinaten  $\vartheta_a$ . Daher

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^{a=n} e_a v_a + f(\vartheta_a),$$

folglich

$$\frac{\partial \Phi}{\partial e_a} = \frac{1}{2} v_a, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial v_a} = \frac{1}{2} e_a, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta_a} = f'_a(\vartheta).$$

Außerdem ist (5)

$$\sum_{b=1}^{b=n} \gamma_b \frac{\partial G_b}{\partial e_a} = \gamma_a.$$

Daher liefern die  $n$  ersten Gleichungen des Systems (8) die Werte für  $\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_n$

$$\frac{1}{2} v_a + \gamma_a = 0 \quad a = 1, 2 \dots n.$$

Führen wir diese Werte in die folgenden ein, so kommt

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} e_a - (c_{a1} v_1 + c_{a2} v_2 + \dots + c_{an} v_n) = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta_a} - \frac{1}{2} \sum_{b=1}^{b=n} v_b \frac{\partial G_b}{\partial \vartheta_a} = 0. \end{array} \right.$$

Die ersten Gleichungen (9) enthalten wieder die Maxwell'schen Bedingungen, die zweite die Elektrometerformel. Es ist aber zu beachten, daß die Koeffizienten  $c_{ab}$  als Funktionen der Koordinaten  $\vartheta$  bekannt sein müssen. Wir haben daher die  $2n$  Gleichungen

$$\begin{array}{ll} f'_b(e_a v_a \vartheta_a) = 0 & a = 1, 2 \dots n, \\ q_b(v_a \vartheta_a) = 0 & b = 1, 2 \dots n. \end{array}$$

Die zweiten lassen zu vorgegebenen Werten von  $\vartheta_a$  sämtliche  $v_a$  finden, werden diese in die ersten eingeführt, so ergeben sich auch die  $e_a$  als Funktionen von  $\vartheta$ , womit das Elektrometerproblem gelöst ist.

Aus diesen Gleichungen (9) lassen sich durch Differenzieren die sämtlichen sechs oben definierten Koeffizienten bestimmen.

3. Noch allseitiger können wir diese Theorie zur Geltung bringen, wenn wir auch das Prinzip von D'Alembert anwenden, nach welchem die virtuellen Momente sich jederzeit mit den Beschleunigungen im Gleichgewicht befinden. Fügen wir

für die Reibungsverluste noch ein Glied hinzu, so erhalten wir die Bewegungsgleichungen für jedes System von  $n$  statisch geladenen Konduktoren

$$(10) \quad M_a \frac{d^2 \vartheta_a}{dt^2} - \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta_a} + \frac{1}{2} \sum_{b=1}^{b=n} v_b \frac{\partial G_b}{\partial \vartheta_a} + k \frac{d \vartheta_a}{dt} = 0$$

$$a = 1, 2 \dots 3.$$

Sind die Ableitungen nach  $t$  gleich Null, so geht die Gleichung wieder über in die Bedingungen für die Gleichgewichtslage.

### III. Anwendung auf das Quadrantelektrometer.

Als erste Anwendung wählen wir das Quadrantelektrometer. Es besteht aus einer beweglichen Nadel mit den Koordinaten  $e_0 v_0 \vartheta$  und den zwei festen Quadranten mit den Koordinaten  $e_1 v_1$  und  $e_2 v_2$ . Wir haben zunächst die erste der Gleichungen (9) zu bestimmen. Für die Symmetrielage der Nadel sei  $\vartheta = 0$  und die Maxwellschen Gleichungen

$$(11) \quad \begin{cases} e_0 = c_0 v_0 + c_{01} v_1 + c_{02} v_2, \\ e_1 = c_{10} v_0 + c_1 v_1 + c_{12} v_2, \\ e_2 = c_{20} v_0 + c_{21} v_1 + c_2 v_2. \end{cases}$$

Bei starren Körpersystemen sind die Koeffizienten dieser Gleichungen konstant für alle Werte von  $v_0 v_1 v_2$ . Sie ändern sich aber mit der gegenseitigen Lage der Körper, also in unserem Fall nur mit  $\vartheta$ . Wir müssen diese Änderung suchen.

Allgemein ist  $c_0 = \partial e_0 / \partial v_0$  die Elektrizitätsmenge, welche bei konstantem  $\vartheta$  und konstanten  $v_1 v_2 \dots$  das Potential der Nadel um die Einheit vermehrt. Es ist nach seiner Definition von  $v_1$  und  $v_2$  unabhängig. Daß es auch von  $\vartheta$  unabhängig ist, beweist folgende Überlegung.

Man kann sich die Quadranten zerlegt denken durch Schnitte, welche durch die Drehachse gehen, in eine große Zahl durch eine unendlich dünne Schicht voneinander getrennter Segmente mit dem Öffnungswinkel  $d\vartheta$ . Einige von ihnen sind zum Potential  $v_1$ , andere zu  $v_2$  geladen. Die ganze Konfiguration in der Umgebung der Nadel nach Drehung um

den Winkel  $\vartheta$  ist nun offenbar dieselbe, als wenn die Nadel sich nicht bewegt hätte, sondern die entsprechenden Teile der Quadranten vom Potential  $v_1$  auf  $v_2$  umgeladen wären. Da  $c_0$  vom Potential der Quadranten ganz unabhängig ist, so wird es durch dieses Umladen nicht geändert, also auch nicht durch die ganz gleichwertige Drehung um den Winkel  $\vartheta$ .  $c_0$  ist also von  $\vartheta$  unabhängig. Ebenso ist  $c_{12}$ , der Koeffizient der gegenseitigen Induktion der Quadranten, eine Konstante. Die übrigen Größen ändern sich mit  $\vartheta$  und zwar setzen wir aus den eingangs erwähnten Gründen die Änderung einfach  $\vartheta$  proportional. Ferner wird bei einem gut konstruierten und sorgfältig aufgestellten Instrument in der Symmetrielage sein:

$$c_{10} = c_{01} = c_{02} = c_{20} \quad \text{und} \quad c_1 = c_2.$$

So gehen schließlich die Gleichungen (11) für die Ablenkung  $\vartheta$  über in die folgenden, wenn wir die Bewegung der Nadel von  $c_1$  nach  $c_2$  positiv rechnen:

$$(12) \quad \begin{cases} G_0 = e_0 - [c_0 v_0 + (c_{01} + \beta \vartheta) v_1 + (c_{02} - \beta \vartheta) v_2] = 0, \\ G_1 = e_1 - [(c_{01} + \beta \vartheta) v_0 + (c_1 - \beta \vartheta) v_1 + c_{12} v_2] = 0, \\ G_2 = e_2 - [(c_{02} - \beta \vartheta) v_0 + c_{12} v_1 + (c_2 + \beta \vartheta) v_2] = 0. \end{cases}$$

Da die beiden Quadranten vollständig gleichwertig sind, so geht Gleichung (3) in (2) über, wenn wir überall den Index 2 mit 1 vertauschen und den Bewegungssinn von 2 nach 1 positiv rechnen. Man braucht daher nicht beide Quadranten getrennt zu behandeln.

Aus diesen Gleichungen folgt

$$\frac{\partial G_0}{\partial \vartheta} = -\beta(v_1 - v_2), \quad \frac{\partial G_1}{\partial \vartheta} = -\beta(v_0 - v_1), \quad \frac{\partial G_2}{\partial \vartheta} = +\beta(v_0 - v_2),$$

$$(13) \quad \sum_b v_b \frac{\partial G_b}{\partial \vartheta} = -\beta(v_1 - v_2)(2v_0 - (v_1 + v_2)).$$

Da ferner bei unifilarer Aufhängung, etwa an einem elastischen Draht, die Kraft  $R \vartheta = -\partial \Phi / \partial \vartheta$ , so erhalten wir durch Einsetzen dieser Werte in die zweite der Gleichungen (9) die Elektrometergleichung

$$(14) \quad R \vartheta = \beta(v_1 - v_2) \left[ v_0 - \frac{v_1 + v_2}{2} \right].$$

Aus den Gleichungen (12) und (14) bestimmen sich die charakteristischen Koeffizienten (2) wie folgt.

1. Für die Nadelschaltung. Das unbekannte Potential an der Nadel, die Quadranten sind beständig zum Potential  $v_1$  und  $v_2$  geladen.

Die partiellen Koeffizienten sind

$$(15) \quad \begin{cases} \alpha_0 = \frac{\partial e_0}{\partial v_0} = c_0, & \varepsilon_0 = \frac{\partial \vartheta}{\partial v_0} = \frac{1}{\beta(v_1 - v_2)}, \\ \gamma_0 = \frac{\partial \vartheta}{\partial v_0} = -\alpha_0 \varepsilon_0 = -\frac{c_0}{\beta(v_1 - v_2)}. \end{cases}$$

Ebenso können wir nun die totalen Ableitungen bilden, z. B.

$$de = \frac{\partial e}{\partial v} dv + \frac{\partial e}{\partial \vartheta} d\vartheta.$$

In dieser Gleichung sind zunächst  $dv$  und  $d\vartheta$  ganz unabhängig voneinander. Für den Gebrauch des Elektrometers interessieren jedoch weniger diese ganz allgemeinen Beziehungen, sondern vor allem jene, welche den Gleichgewichtslagen der Nadel entsprechen. Das ist der Fall, wenn die Werte für  $d\vartheta/dv$  zugleich der Elektrometerformel genügen. Indem wir uns jetzt auf diese Werte beschränken, erhalten wir aus Gleichung (14)

$$\Gamma_0 = \frac{d\vartheta}{dv_0} = \frac{\beta}{R} (v_1 - v_2).$$

Daraus ergibt sich die totale Kapazität

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} K_0 &= \frac{de_0}{dv_0} = \frac{\partial e_0}{\partial v_0} + \frac{\partial e_0}{\partial \vartheta} \frac{d\vartheta}{dv_0} \\ &= c_0 + \frac{\beta^2 (v_1 - v_2)^2}{R} = c_0 + R \Gamma_0^2. \\ \text{Und endlich die totale Mengeneempfindlichkeit} \\ E_0 &= \Gamma_0 / K_0 = \frac{\beta (v_1 - v_2)}{c_0 R + \beta^2 (v_1 - v_2)^2}. \end{aligned} \right.$$

2. Ähnlich findet man für die Quadrantschaltung:  $v_0$  bekannt und konstant,  $v_2 = 0$

$$(17) \quad \left\{ \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\partial e_1}{\partial v_1} = c_1 - \beta \vartheta, & \varepsilon_1 &= \frac{\partial \vartheta}{\partial v_1} = \frac{1}{\beta(v_0 - v_1)}, \\ \gamma_1 &= -\alpha_1 \varepsilon_1 = -\frac{c_1 - \beta \vartheta}{\beta(v_0 - v_1)}; \end{aligned} \right.$$

$$(18) \quad \left\{ \begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{d\vartheta}{dv_1} = \frac{\beta}{R}(v_0 - v_1), & K_1 &= c_1 - \beta \vartheta + \frac{\beta^2}{R}(v_0 - v_1)^2, \\ E_1 &= \frac{\Gamma_1}{K_1} = \frac{\beta(v_0 - v_1)}{(c_1 - \beta \vartheta)R + \beta^2(v_0 - v_1)^2}. \end{aligned} \right.$$

Die vorstehenden Gleichungen gelten ohne Vernachlässigung. Man sieht leicht, wie sehr sie sich vereinfachen, wenn man bei der Nadelschaltung  $v_1 = -v_2$  annimmt. Wenn man bei der Quadrantschaltung  $v_1$  gegen  $v_0$  vernachlässigt und  $\beta \vartheta$  gegen  $c_1$ , so erhält man die angenäherten Werte, welche Harms l. c. angibt

$$(18') \quad (\Gamma_1) = \frac{\beta}{R} v_0, \quad (K_1) = c_1 + \frac{\beta^2 v_0^2}{R}, \quad (E_1) = \frac{\beta v_0}{c_1 R + \beta^2 v_0^2}.$$

Aus diesen zwei Systemen von Koeffizienten erhellen sofort die Vor- und Nachteile jeder zu wählenden Schaltung.

Zunächst ersieht man folgenden wichtigen Unterschied für die beiden genannten Schaltungen. Bei der Nadelschaltung sind alle sechs Koeffizienten konstant für eine konstante Hilfsladung, während bei der Quadrantschaltung die sämtlichen drei totalen Ableitungen von dem veränderlichen Potential  $v_1$  abhängen, und für die Mengenummessung in ziemlich komplizierter Weise. Speziell die totale Kapazität ist bei der Nadelschaltung einfach konstant.<sup>1)</sup>

Für Mengenummessung erhält man besonders bei der Nadelschaltung einfach Proportionalität mit dem Ausschlagswinkel, während die Quadrantschaltung Abhängigkeit von  $\vartheta$  wie von  $v_1$  ergibt.

Aus allem sieht man, daß besonders zur Messung von Elektrizitätsmengen die Nadelschaltung ganz entschiedene Vorteile bietet, denn es ist einfach  $\vartheta = E_0 e$ , wo  $E_0$  eine Konstante ist für jedes Hilfspotential  $v_1, v_2$ .

3. Da die Verhältnisse bei der idiostatischen Schaltung nicht auf den ersten Blick klar liegen und auch noch nirgends

1) Es könnte dieses Resultat auf den ersten Blick befremden, da es im Widerspruch mit dem allgemeinen Prinzip zu stehen scheint, daß die Bewegung nur dann erfolgt, wenn dabei das Potential sinkt, also die Kapazität zunimmt. Allein dieses Prinzip verlangt nicht, daß die Kapazität aller beteiligten Teile bei der Bewegung wächst. Die Kapazität der Quadranten wächst tatsächlich. Bei allen Instrumenten mit idiostatischer Ablenkung muß auch die Kapazität stets wachsen.

in der Literatur behandelt zu sein scheinen, wollen wir sie kurz entwickeln. Angenommen, die Nadel sei mit dem ersten Quadranten verbunden, also  $v_0 = v_1 = v$  und  $v_2 = 0$ . Wir bilden dann aus den zwei ersten Gleichungen (12) durch Addition

$$e = e_0 + e_1 = v(c_0 + c_1 + 2c_{01} + \beta \vartheta) = (c + \beta \vartheta)v,$$

wo

$$c = c_0 + c_1 + 2c_{01}.$$

Daraus folgt

$$\alpha = \frac{\partial e}{\partial v} = c + \beta \vartheta, \quad \varepsilon = \frac{\partial \vartheta}{\partial e} = \frac{1}{\beta v}, \quad \gamma = \frac{\partial \vartheta}{\partial v} = -\frac{c + \beta \vartheta}{\beta v}.$$

Außerdem haben wir die Elektrometerformel  $R \vartheta = \frac{1}{2} \beta v^2$ . Daher

$$\Gamma = \frac{d\vartheta}{dv} = \frac{\beta v}{R}, \quad K = \frac{de}{dv} = \frac{\partial e}{\partial v} + \frac{\partial e}{\partial \vartheta} \frac{d\vartheta}{dv} = c + 3\beta \vartheta,$$

$$E = \frac{\Gamma}{K} = \frac{\beta v}{R(c + 3\beta \vartheta)}.$$

Wie sich aus der experimentellen Bestimmung ergeben wird, wird man auch hier meistens  $3\beta \vartheta$  gegen  $c$  vernachlässigen dürfen.

Werfen wir noch einen Blick auf die Koeffizienten. Es sind für die Spannungsmessung stets dieselben zwei,  $\beta$  und  $R$ , und zwar kommt nur das Verhältnis  $\beta/R$  vor.

Zur Messung der Elektrizitätsmengen kommt noch ein Kapazitätsfaktor hinzu, der bei jeder Schaltung verschieden ist. Außerdem muß man  $R$  und  $\beta$  einzeln kennen.

#### IV. Experimentelle Bestimmung der Konstanten.

Zur Bestimmung der charakteristischen Konstanten kann man zunächst das Instrument in Volt eichen, und erhält so gleich den Quotienten  $\beta/R$ , was für alle Spannungsmessungen genügt. Für Kapazitäts- und Mengenmessungen muß man  $\beta$  und  $R$  einzeln kennen. Da man zu den Kapazitäten der Nadel  $c_0$  und der Quadranten  $c_1$  auch die Zuleitungen, und z. B. bei Beobachtungen über Radioaktivität auch etwaige Zerstreuungskörper rechnen muß, so kann ihre Bestimmung mit Hilfe des Harmsschen Kondensators oder in ähnlicher Weise durch Vergleich mit einer bekannten Kapazität geschehen.

Es erübrigt deshalb vor allem, die beiden wichtigsten Konstanten  $\beta$  und  $R$  getrennt zu ermitteln. Man könnte zu dem Zweck  $R$  durch Beobachtung von Schwingungsdauern bei bekanntem Trägheitsmoment erfahren und dann  $\beta$  aus  $R$  und  $\beta/R$  berechnen.

Wir haben eine direkte Messung von  $\beta$  ausgeführt nach einem Prinzip, welches der eine von uns schon angewandt hatte<sup>1)</sup> zur Ermittlung der Kapazitätsänderung bei dem von ihm konstruierten Fadenelektrometer.

Wir legten an die Quadranten konstante Spannungen  $v_1$  und  $v_2$  und verbanden mit der Nadel ein sehr empfindliches Wulfsches Elektrometer von kleiner Kapazität. Wenn man dann die Nadel in Schwingungen versetzt, so steigt und sinkt ihr Potential etwas wegen der Änderung des Induktionsfaktors der Quadranten auf die Nadel und diese kleine Änderung kann man in dem Wulfschen Elektrometer direkt ablesen. Während ein Beobachter die Umkehrpunkte der Elektrometernadel notierte, beobachtete der andere die kleinen Schwankungen des Fadenelektrometers. Man erhält so in einigen Minuten eine große Menge von Messungen.

Aus diesen Beobachtungen berechnet sich die Konstante  $\beta$  wie folgt. Wir können den Übergang von einem Umkehrpunkt zum anderen in zwei Schritten vornehmen. Zuerst wird bei konstantem Nadelpotential die Nadel von einem Umkehrpunkt zum andern geführt, dann muß dabei die Ladung der Nadel zu- bzw. abnehmen um einen Betrag, der sich aus der partiellen Mengenempfindlichkeit ergibt zu  $\Delta e = \beta(v_1 - v_2)\vartheta$ . Sodann bringen wir ohne Änderung von  $\vartheta$  eine kleine Elektrizitätsmenge  $\Delta e'$  auf die Nadel (und das angeschlossene Elektrometer). Die partielle Kapazität  $c_0$  und das angeschlossene Fadenelektrometer mit Zuleitungen bekommt dadurch den Voltanstieg  $\Delta v$  bestimmt durch  $\Delta e' = K\Delta v$ , wo  $K$  die gesamte aufgeladene Kapazität ist. Das ist unser Fall, wenn  $\Delta e = \Delta e'$  gesetzt wird. Mithin ist

$$(19) \quad \beta = K \frac{\Delta v}{(v_1 - v_2)\vartheta},$$

wo alle Größen bekannt sind. Die Formel zeigt, daß die

1) Th. Wulf, Physik. Zeitschr. 10. p. 251. 1909.

Änderung  $\Delta v$  unabhängig ist vom Potential der Nadel und nur von der Differenz  $v_1 - v_2$  abhängt.

Man kann hier auch leicht konstatieren, ob die Annahme, daß  $\beta$  von  $\vartheta$  unabhängig ist, bei einem Elektrometer zutrifft. Ist es nicht der Fall, so muß sich aus großen Ausschlägen ein anderer Wert von  $\beta$  berechnen als aus kleineren. Wir benutzten ein Elektrometer nach Dolezalek. Um große Schwungsdauer und geringe Dämpfung zu bekommen, wurde jedoch statt der üblichen eine schwere Nadel aus Kupferblech eingesetzt, die zwar die üblichen Dimensionen besaß, aber doch nicht mit äußerster Sorgfalt angefertigt war, und bemerkten in der Tat bei größeren Ausschlägen ein geringes Wachsen von  $\beta$ .

Als Beleg sei aus einer großen Reihe von Beobachtungen hier eine mitgeteilt. In der ersten Reihe sind die Werte von  $\vartheta$  in Graden verzeichnet, wie sie sich aus den Umkehrpunkten der Nadel ergaben. Die zweite Reihe gibt die zugehörigen Schwankungen des Fadenelektrometers in Volt. Es wurde nur ein Faden abgelesen und die Konstante des Instrumentes für diese Ablesart ermittelt. Die Kapazität  $K$ , Nadel + angeschlossenes Fadenelektrometer, wurde mit einem Harms'schen Kondensator bestimmt zu 14,0 cm,  $v_1 - v_2 = 116$  Volt.

Tabelle.

$\vartheta^\circ$	$\Delta v$	$\Delta v/\vartheta$	$\vartheta^\circ$	$\Delta v$	$\Delta v/\vartheta$
29,3	4,8	0,149	8,9	1,3	0,146
24,0	3,9	0,162	7,0	1,0	0,143
20,3	3,1	0,150	6,1	0,9	0,148
16,3	2,4	0,147	5,4	1,8	0,147
12,9	2,0	0,154	4,0	0,6	0,150
11,6	1,7	0,147			

Im Mittel  $\Delta v/\vartheta = 0,1498$ . Daher folgt  $\beta = 0,019$  cm für  $1^\circ$  Ausschlag.

Harms fand bei einem Skalenabstand von 1900 mm für 1 mm Ausschlag  $\beta = 0,0018$ . Da  $1^\circ$  bei diesem Abstand 33 mm ausmacht, so würde an unserem Dolezalekschen Elektrometer  $\beta = 0,00057$  cm sein, also ein dreimal kleinerer Wert, als ihn Harms gefunden. Da nun die Kapazität der



Nadel mit Zuleitungen von der Größenordnung 15 cm ist, so wird die Änderung der Koeffizienten in der Tat auch bei mittelgroßen Ausschlägen selten eine merkliche Größe erlangen.

Wenn auch die Einzelbeobachtungen von  $\beta$  wegen des geringen Wertes von  $\Delta v$  keinen Anspruch auf große Genauigkeit machen können, so war doch deutlich ein Anstieg von etwa 10 Proz. zu bemerken, wenn der Ausschlag  $20-25^\circ$  betrug, gegenüber den Werten für  $\vartheta = 0-10^\circ$ . Aus der ganzen Menge von etwa 200 Einzelbeobachtungen wurden die Werte von  $\beta$  gesammelt und nach den zugehörigen Ausschlägen geordnet und dann das Mittel genommen. Es ergab sich in willkürlichen Einheiten für

$\vartheta$	0—10°	10—20°	20—30°
$\Delta v/\vartheta$	0,139	0,149	0,152

#### V. Eigenschwingungen des Quadrantelektrometers.

1. *Allgemeines.* Wir betrachten jetzt das Verhalten des Quadrantelektrometers während der Bewegung. Es ist bestimmt durch die  $n$  Maxwellschen Gleichungen (12) und die Gleichung (10). Führen wir in diese die gefundenen Werte für  $\partial\Phi/\partial\vartheta$  und  $\partial G/\partial\vartheta$  ein, so erhalten wir die Bewegungsgleichung

$$(20) \quad M \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + k \frac{d\vartheta}{dt} + R \vartheta - \beta(v_1 - v_2) \left( v_0 - \frac{v_1 + v_2}{2} \right) = 0.$$

Wir setzen darin kurz

$$\beta(v_1 - v_2) \left( v_0 - \frac{v_1 + v_2}{2} \right) = H,$$

führen die neue Variable

$$z = \vartheta - \frac{H}{R}$$

ein und erhalten dann

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k \frac{dz}{dt} + Rz = 0.$$

Die Integration dieser Gleichung ist bekannt. Wir greifen gleich den praktisch wichtigsten Fall heraus, daß die Bewegung oszillatorisch verläuft,  $k < 2\sqrt{RM}$  und erhalten dafür die Lösung

$$z = r e^{-\lambda t} \cos nt + s e^{-\lambda t} \sin nt,$$

wo

$$(21) \quad \lambda = \frac{k}{2M} \quad \text{und} \quad n = \sqrt{\frac{R}{M} - \frac{k^2}{4M^2}}.$$

Ohne Dämpfung wäre  $n_0 = \sqrt{R/M}$ .

Die Konstanten  $r$  und  $s$  hängen von den Anfangsbedingungen ab. Wählen wir  $t=0$  für  $z=0$ , so wird  $r=0$ .

Findet die erste Umkehr in einer Entfernung  $\vartheta_1$  statt, zur Zeit  $t = \pi/2n$ , so ist

$$R\vartheta_1 - H = s R e^{-\frac{\lambda \pi}{2n}}, \quad \text{also} \quad s = \frac{R\vartheta_1 - H}{R} e^{\frac{\lambda \pi}{2n}},$$

so daß wir schließlich die Lösung erhalten

$$(22) \quad R\vartheta - H = s R e^{-\lambda t} \sin nt.$$

Die Bewegung geht bei jeder Schwingung zweimal durch die Gleichgewichtslage, wenn  $R\vartheta_0 - H = 0$ , also

$$R\vartheta_0 = \beta(v_1 - v_2) \left( v_0 - \frac{v_1 + v_2}{2} \right).$$

Sie kehrt um, so oft

$$nt = (2p - 1) \frac{\pi}{2}, \quad p = 1, 2, 3 \dots$$

Diese Umkehrpunkte liegen in der Entfernung

$$R\vartheta_{p+1} - H = (-1)^p R B e^{-\frac{\lambda \pi}{2n} (2p-1)}.$$

Wegen der Dämpfung nehmen die Schwingungen beständig ab, bis theoretisch nach unendlich langer Zeit die rechte Seite der Gleichung (22) gleich Null wird. Dann erhalten wir wieder die Ruhelage nach Gleichung (14).

Die Zeit einer Schwingung beträgt

$$T = \frac{4\pi M}{\sqrt{4MR - k^2}},$$

ist also unter den gemachten Voraussetzungen eines idealen Instrumentes unabhängig von den  $v$  und  $e$ . Sind diese Voraussetzungen nicht erfüllt, so ist die Schwingungsdauer, wie schon Gouy<sup>1)</sup> feststellte und Orlich<sup>1)</sup> auch theoretisch erklärte, von

---

1) l. c.

den Potentialen abhängig. Nehmen wir an  $\beta = a + b \vartheta$ , so wird die Differentialgleichung der Bewegung (20) übergehen in

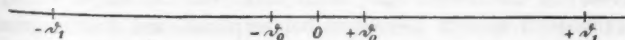
$$M \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + k \frac{d \vartheta}{dt} + \left[ R - b(v_1 - v_2) \left[ v_0 - \frac{v_1 + v_2}{2} \right] \right] \vartheta - a(v_1 - v_2) \left( v_0 - \frac{v_1 + v_2}{2} \right) = 0,$$

welche sich von (20) nur dadurch unterscheidet, daß der Koeffizient von  $\vartheta$  jetzt von  $v_0, v_1, v_2$  abhängt. Die Lösung wird ganz analog wie oben durchgeführt und ergibt sich jetzt für die Schwingungsdauer

$$T' = \frac{4 \pi M}{\sqrt{4 M \left[ R - b(v_1 - v_2) \left( v_0 - \frac{v_1 + v_2}{2} \right) \right] - k^2}}.$$

Man sieht also, daß auch unsere Theorie in diesem Falle einen Einfluß der Ladungen auf die Schwingungsdauer gibt. Je nach dem Vorzeichen von  $b$  ist derselbe beschleunigend oder verzögernd.

2. *Ein Multiplikationsverfahren.* Eine Anwendung der Elektrometerschwingungen, die ein Gegenstück bildet zu der bekannten Multiplikationsmethode bei Galvanometern, kann gelegentlich den Meßbereich noch etwa um das Zehnfache nach unten erweitern. Es soll sich um die Messung so kleiner Potentialdifferenzen handeln, daß der Ausschlag bei der gewöhnlichen Beobachtungsmethode zu klein ausfällt, um noch mit einiger Sicherheit abgelesen zu werden. Das Verfahren ist dieses. Man legt die Spannung an; im Augenblick, wo die Nadel umkehrt, kommutiert man, und so fort, bis die Ausschläge nicht mehr wachsen, dann liest man  $\vartheta_1$  ab. Der Ausschlag, welcher sich nach der Einstellmethode ergeben würde, sei  $\vartheta_0$  und kann aus  $\vartheta_1$  durch eine ganz elementare Überlegung gefunden werden.



Im Moment der größten Elongation  $+\vartheta_1$  wird kommutiert, dadurch rückt die Ruhelage nach  $-\vartheta_0$ . Die Nadel schwingt zurück, als wenn ihre Amplitude  $\vartheta_1 + \vartheta_0$  wäre, die folgende

Viertelschwingung ist also  $\vartheta_1 - \vartheta_0$ , dieselbe ist kleiner nach Maßgabe der Dämpfung  $\Delta = e^{-1/2}$ . Es ist also

$$(23) \quad \frac{\vartheta_1 + \vartheta_0}{\vartheta_1 - \vartheta_0} = \Delta \quad \text{oder} \quad \vartheta_0 = \vartheta_1 \frac{\Delta - 1}{\Delta + 1}.$$

Man erhält eine fast doppelt so starke Vergrößerung des Ausschlages als bei dem Multiplikationsverfahren am Galvanometer. Ist z. B.  $\Delta = 1,22$ , so ist  $\vartheta_1 = 10 \vartheta_0$ . Man beobachtet  $\Delta$  am besten unter denselben Potentialen an Nadel und Quadranten, wie während der Messung, da bei unvollkommenen Apparaten  $\Delta$  ebenfalls von den Potentialen abhängt.

Wir haben die Formel (23) experimentell geprüft und eine volle Bestätigung gefunden. Eine Spannung von 4 Volt wurde in idiostatischer Schaltung an das Elektrometer gelegt. Die Nadel lag stets an dem einen Pol, die Quadranten wurden kommutiert, der eine zur Erde, der andere an der Nadel. Das Elektrometer hatte eine Nadel aus dünnem Kupferblech und keine Dämpfungsvorrichtung. Die Tabelle zeigt, wie die Ausschläge anfangs wachsen und dann konstant bleiben. Dann wurde in üblicher Weise die Dämpfung beobachtet und endlich auch der Ausschlag  $\vartheta_0$  ohne Multiplikation durch Beobachtung bestimmt.

$$\text{Dämpfung } \Delta = 1,4255, \text{ folglich } \frac{\Delta - 1}{\Delta + 1} = 0,1754.$$

$$\vartheta_0 \text{ beobachtet } 69,2 \text{ mm.}$$

Schwingungen nach dem Multiplikationsverfahren:

$$214,0, \quad 267,3, \quad 304,3 \dots, \quad 392,9, \quad 393,1, \quad 393,2, \quad 393,3, \quad 393,4, \\ 393,4 \quad 393,35, \quad 393,4 \dots$$

Der Grenzwert betrug 393,4.

$$\begin{array}{l} \text{Daraus berechnet } \vartheta_0 = 393,4 \cdot 0,1754 = 69,04 \text{ mm,} \\ \text{beobachtet } \vartheta_0 \qquad \qquad \qquad = 69,2 \quad \text{,,} \end{array}$$

Die Multiplikationsmethode hat (außer der starken Vergrößerung des Ausschlages) noch einen sehr wichtigen Vorzug. Bekanntlich spielen besonders bei empfindlichen Instrumenten die Kontaktpotentiale eine wohl zu beachtende Rolle. Dieselben werden hier aber nicht mitkommutiert und wenn sie auch die Einstellung beeinflussen würden, so hängt der Abstand der beiden Umkehrpunkte nur von jener Potentialdifferenz

ab, welche tatsächlich kommutiert wird. Wenn also z. B. die Wechselladung an die Quadranten gelegt wird, so fällt die Kontaktdifferenz zwischen den Quadranten heraus. Es bleibt aber diejenige zwischen Nadel und Quadranten. Macht man dieselbe Beobachtung einmal mit der Nadelladung  $+v_0$  und dann mit  $-v_0$ , rechnet aus beiden Beobachtungen  $\vartheta_0$  und  $\vartheta'_0$ , so gibt die Differenz  $\vartheta_0 - \vartheta'_0$  die Potentialdifferenz der Nadel zu den Quadranten.

So haben wir beispielsweise dieselbe Spannung von 4 Volt in idiostatischer Schaltung zweimal gemessen. Einmal, indem die Nadel durch Kommutieren der Quadranten in Schwingung gesetzt wurde. Der Grenzausschlag ist proportional

$$\vartheta_1 = \frac{\beta}{2R} v_0 (v_0 + p).$$

Wird dann der entgegengesetzte Pol an die Nadel gelegt und das Verfahren wiederholt, so ist

$$\vartheta'_1 = \frac{\beta}{2R} v_0 (v_0 - p).$$

Es ergab sich

$$\vartheta_1 - \vartheta'_1 = \frac{\beta}{R} v_0 p = 116,0,$$

woraus sich  $p$ , die Potentialdifferenz Nadel-Messingquadranten zu 0,64 Volt berechnet. Wurde dagegen umgekehrt die Nadelladung kommutiert, bis der Grenzausschlag erreicht war, und dann der Vorgang mit vertauschten Polen wiederholt, so war der Unterschied  $\vartheta_1 - \vartheta'_1 = 2,4$ , also die Potentialdifferenz Quadrant I zu Quadrant II gleich 0,012 Volt.

Wir kommen deshalb zur Überzeugung, daß das Multiplikationsverfahren nicht bloß zur Not am Platze wäre, wo die Empfindlichkeit sonst nicht ausreicht, sondern daß es besser ist, eigens ein unempfindliches Instrument zu wählen, damit man auch für stärkere Potentiale das Verfahren anwenden kann. Es fallen dann alle besonderen Vorrichtungen zur Dämpfung mit ihren vielen Schwierigkeiten und Störungen fort. Etwaige Verschiebungen des Nullpunktes machen sich während der Beobachtung selbst bemerklich und fallen heraus. Sie sind überhaupt an unempfindlichen Instrumenten viel

weniger zu fürchten. Und wegen des geringen Wertes der Potentialdifferenz der Quadranten zueinander ist es am zweckmäßigsten, die Quadranten fest mit den beiden Polen zu verbinden und durch Umkehren der Nadelspannung die Schwingungen zu erregen.

Nach dem Gesagten wird man leicht die allgemeinen Bewegungsgleichungen ableiten namentlich auch für den Fall, daß das Instrument unter dem Einfluß einer periodischen Kraft gezwungene Schwingungen ausführt.

Wir fassen die Hauptpunkte dieser Arbeit kurz zusammen:

1. Es werden allgemein gültige Definitionen aufgestellt für die Begriffe der Kapazität, der Volt- und Mengenempfindlichkeit.

2. Mit Hilfe des Lagrange-D'Alembertschen Prinzips wird eine allgemeine Theorie elektrostatischer Meßinstrumente entwickelt.

3. Die Anwendung auf das Quadrantelektrometer gibt Aufschluß über sein Verhalten bei allen Schaltungen zur Messung sowohl von Spannungen wie von Elektrizitätsmengen, während der Bewegung und während der Ruhelage.

4. Die Änderung der Kapazitätsfaktoren mit dem Ausschlag wird mit dem Wulfschen Elektrometer direkt gemessen.

5. Ein Multiplikationsverfahren zur Verstärkung schwacher Ausschläge wird entwickelt.

Valkenburg, Physik. Institut des Ignat.-Coll., Juli 1909.

(Eingegangen 27. August 1909.)

### 3. *Spektralanalytische Untersuchung des Glimmlichtes an Spitzen; von Hermann von Dechend.*

(Aus der Freiburger Inaugural-Dissertation 1909.)

Die Spektren der Lichterscheinungen, welche beim Austritt der Elektrizität aus Spitzen in dem umgebenden Gase auftreten, sind bisher noch nicht Gegenstand einer systematischen Untersuchung gewesen. Nur ein einzelner Versuch ist von Warburg<sup>1)</sup> gemacht worden, der anlässlich seiner Experimente über leuchtenden elektrischen Wind in Stickstoff auch eine Aufnahme des emittierten Spektrums herstellte.

Die Bedingungen, unter denen im Spitzenstrom ein Gas zum Leuchten erregt wird, sind so wesentlich andere, wie im Funken- oder Geisslerrohr, daß ein Zusammenfallen der Spitzenstromspektren mit den bisher bekannten zunächst nicht zu erwarten ist. Vorversuche, die Hr. Himstedt im Jahre 1905 über diesen Gegenstand anstellte, ergaben in der Tat Resultate, die eine nähere Untersuchung wünschenswert erscheinen ließen, so z. B. konstatierte er das Auftreten eines neuen Spektrums in Wasserstoff, ferner einen Unterschied der Spektren von CO und CO<sub>2</sub>, die bekanntlich im Geisslerrohr dasselbe Spektrum emittieren. Auf seine Anregung hin unternahm ich es, in einer Reihe von Gasen die Leuchterscheinungen spektralanalytisch zu verfolgen.<sup>2)</sup>

Die einzelnen Gase wurden in Röhren von der in Fig. 1 gezeichneten Form bei Atmosphärendruck eingefüllt. Der Durchmesser der Röhren variierte zwischen 1,5 und 4 cm, der Abstand der Spitzen zwischen 0,4 und 4 cm. Als Elektroden-

1) E. Warburg, Ann. d. Phys. 10. p. 184. 1903.

2) Eine vorläufige Mitteilung der Ergebnisse mit Reproduktion der Spitzenstromspektren von N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, CO, CO<sub>2</sub> ist erschienen in den Berichten der Naturforschenden Gesellschaft Freiburg 17. p. 127. 1908 und Physik. Zeitschr. 9. p. 252. 1908.

material diene Platin und Aluminium. Platindraht von 0,2 mm Durchmesser wurde im Gebläse zu einer Spitze ausgezogen; an Aluminiumdraht ließ sich eine sehr feine Spitze am Schleifstein herstellen.

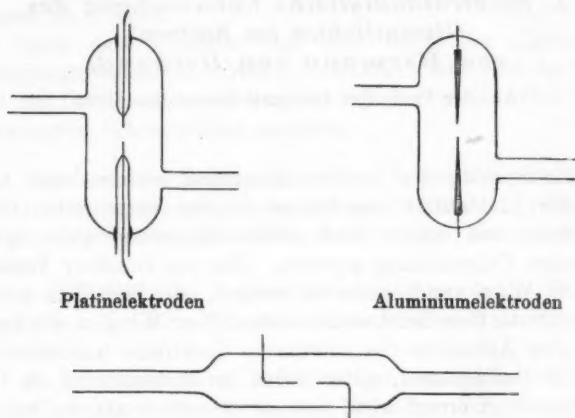


Fig. 1.

Irgendwelche Beeinflussung der Spektra durch das Elektrodenmaterial habe ich nie bemerkt.

Auf Reinheit der untersuchten Gase wurde große Sorgfalt verwendet, insbesondere auch jeder einzelne Teil des ganzen verwendeten Apparates einer gründlichen Reinigung unterzogen. Die Darstellung der einzelnen Gase erfolgte teilweise im Freiburger chemischen Laboratorium.<sup>1)</sup>

Als Stromquelle benutzte ich bis 5000 Volt eine Klingelfussche Akkumulatorenatterie von 2400 Zellen, für höhere Spannungen eine Voßsche Influenzmaschine (zwei Scheiben von 50 cm Durchmesser) mit Motorantrieb.

Der größte Teil der Untersuchungen erfolgte mit einem Steinheilschen Quarzspektrographen mit zwei 60° Cornuprismen und Objektiven von 40 cm Brennweite und der relativen Öffnung 1:10.

1) Dessen Leiter, Hrn. Professor Gattermann, bin ich für sein lebenswürdiges Entgegenkommen zu großem Dank verpflichtet.



Dem Vorteil größerer Dispersion steht bei diesem Instrument der Nachteil einer stark gekrümmten Fokusfläche gegenüber, so daß an eine Aufnahme des Spektrums vom Ultraviolett bis zum Gelb auf einer Platte nicht zu denken war. Da außerdem im Interesse der Reinheit der Stromröhren ein Arbeiten mit Quarzverschlüssen bedenklich erschien, so verzichtete ich auf den ultravioletten Teil und benutzte den Apparat nur für das Gebiet von 3300 Å.-E. aufwärts.

Vollkommene Schärfe war auch für diesen beschränkten Bereich nicht zu erzielen.

Große Aufmerksamkeit erforderte außerdem das Festhalten der Einstellung, da die unvermeidlichen Erschütterungen beim Einsetzen der Kassette leicht eine dauernde Verschiebung des ganzen Kameraträgers bewirkten.

Die letzten Aufnahmen ( $\text{CO}$  und  $\text{CO}_2$ ) sind mit einem Spektrographen gemacht, den mir Hr. Professor Koenigsberger in liebenswürdiger Weise zur Verfügung stellte. Er besaß Quarz-Flußspatachromate, zwei Quarzprismen in Youngscher Montierung und ein Cornuprisma.

Als Vergleichslichtquelle benutzte ich eine Heräussche Quecksilberamalambogenlampe aus Quarzglas, deren Spektrum bei hoher Belastung eine so günstige Intensitätsverteilung besitzt<sup>1)</sup>, daß bei geeigneter Expositionszeit die Hauptlinien des Quecksilberspektrums immer noch ausreichend scharf erscheinen, wenn die Linien der zugesetzten Metalle exponiert sind. Auf diese Weise ist es möglich, ein gleichmäßig über das ganze Spektrum verteiltes Bezugssystem zu erhalten.

Die Platten maß ich mit einem Zeiss'schen Mikroskop mit Meßschraube und berechnete die Wellenlängen mit der Interpolationsformel von Hartmann. Das Vergleichsspektrum ist auf Rowlandsche Normalen bezogen.

Die Genauigkeit der Messung ist keine große, da die Mehrzahl der Linien und Banden sehr unscharf sind und außerdem meist auf kontinuierlichem Untergrund liegen. Die Abweichung von bekannten Linien beträgt für das Spektrum der Spitzenentladung in  $\text{HCl}$  z. B., wo ziemlich scharfe Linien

---

1) L. Arons, *Ann. d. Phys.* 25. p. 176. 1907.

vorliegen, 0,8 Å.-E. im Mittel, bei CO und CO<sub>2</sub>, wo die Meßbedingungen sehr ungünstige waren 1,7 Å.-E. im Mittel.

Für eine Reihe weiterer technischen Einzelheiten verweise ich auf die Einleitung der Dissertation.

#### Versuche in Wasserstoff.

Die Vorversuche von Hrn. Himstedt hatten ergeben, daß bei der Spitzenentladung in Wasserstoff von ca. Atmosphärendruck ein weit über den nächsten Bereich der Spitzen hinausgehendes Leuchten stattfand und daß dies leuchtende Gebiet ein Spektrum emittierte, das weder mit den bekannten Spektren des Wasserstoffs, noch mit denen anderer Gase zu identifizieren war. Eine vorläufige Ausmessung bestätigte dies letztere und es war nunmehr zu untersuchen,

1. ob die neuen Linien wirklich dem Wasserstoff zuzuschreiben sind,
2. unter welchen Bedingungen das Spektrum erscheint,
3. waren die Wellenlängen möglichst genau zu bestimmen.

Um die beiden ersten Fragen zu erledigen, bin ich genötigt, die Versuche, auch was die technische Ausführung anbelangt, ausführlich zu beschreiben, da eine Verwertung der Resultate ausgeschlossen erscheint, wenn die experimentellen Bedingungen nicht genau bekannt sind.

Als Verunreinigungen sind bei spektralanalytischen Untersuchungen in Gasen besonders Kohlenwasserstoffe, Kohlenoxyd und allenfalls Stickstoff störend, deren sehr leicht auch bei geringem Partialdruck mit großer Helligkeit auftretende Bandenspektren alle anderen Linien zudecken können: Im Spitzenstrom in Wasserstoff und ebenso in Stickstoff ist hingegen Sauerstoff noch mehr zu fürchten, der nach den Warburgschen Untersuchungen einen weitgehenden Einfluß auf die elektrischen Eigenschaften besitzt. Da mit diesen die Emissionsvorgänge in engem Zusammenhang stehen können, so war Sauerstoff in erster Linie zu vermeiden. Ich entwickelte Wasserstoff durch Elektrolyse von Akkumulatorenschwefelsäure, leitete ihn erst über P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>, dann durch ein Rohr, welches Platinschwarz auf vorher ausgeglühtem Asbest enthielt, sodann durch ein zweites

$P_2O_5$ -Rohr und schließlich in die Stromröhre. Das Platinschwarz wurde dabei stark erhitzt und etwa vorhandener Sauerstoff mußte unter der katalytischen Wirkung des Platins mit dem Wasserstoff  $H_2O$  bilden, welcher von der zweiten  $P_2O_5$ -Röhre absorbiert wurde. Die Stromröhre wurde während der ganzen Zeit der Durchleitung ebenfalls erhitzt.

Die Charakteristik der Röhre, aufgenommen mit einem Siemensschen Elektrometer, das von 500—10000 Volt abzulesen gestattete, und Drehspulengalvanometer, zeigte den für sauerstofffreien Wasserstoff charakteristischen<sup>1)</sup> Verlauf, daß bei kaum meßbarer Steigerung der Elektrodenspannung die Stromstärke bedeutend zunahm.

Beim Durchgang des Elektrisiermaschinenstromes beobachtete ich zwischen den Elektroden eine sehr schwach leuchtende Wolke; wie sie begrenzt war und welche Farbe sie hatte, war nicht zu unterscheiden. Die Aufnahme lieferte bei neunstündiger Belichtung und nachheriger Verstärkung der Platte mit Uran den Beweis, daß wirklich eine Emission im Gasraum stattfand, welche die neuen Linien aufwies, während die nächste Umgebung der Spitzen das sekundäre Wasserstoffspektrum emittierte. Verlängerung der Belichtung auf 20 Stunden ergab eine Platte, die erheblich mehr Linien zeigte und zu einer ersten genauen genaueren Messung der Wellenlängen benutzt wurde, aber jedenfalls auch zeigte, daß mit engem Spalt selbst diese Expositionsdauer nicht hinreichte, um alle Linien zu erhalten.

Durch diese Versuche war es wahrscheinlich gemacht, daß Sauerstoffverunreinigungen das Auftreten des Spektrums nicht bedingen. Doch die oben beschriebene Füllungsmethode läßt sich unter Verwendung dieses Resultates verbessern, und ich verfuhr deshalb weiterhin folgendermaßen.

Der Apparat entsprach Fig. 2.

Alle Teile waren miteinander verblasen; um die Stromröhre legte ich ein Asbestgehäuse, das auch noch die Abschmelzstelle in sich schloß. Das Ganze wurde vor der Einfüllung der Schwefelsäure unter Durchsaugen eines trockenen Luftstromes erhitzt, um adsorbierte Gase zu entfernen. Die

1) E. Warburg, Ann. d. Phys. 2. p. 295. 1900.

ausgekochte Säure füllte ich unter möglichster Vorsicht ein, legte zwischen die Elektroden einen Pfropf aus Glaswolle, um Diffusion von Sauerstoff zu verhindern, und entwickelte dann zwei Stunden auf der Seite der U-Röhre Sauerstoff.

Während der ersten Zeit ließ ich nur Funken zwischen den Elektroden übergehen, um durch Ozonbildung eventuelle oxydable Verunreinigungen unschädlich zu machen. Von da ab wurde das Asbestgehäuse mit einer einzigen kurzen Unterbrechung bis zum Abschmelzen auf  $300^{\circ}$  gehalten. Der Funke zeigte ein reines Sauerstoffspektrum. Daraufhin ließ ich sieben Stunden Wasserstoff durchströmen, ebenfalls unter dauerndem

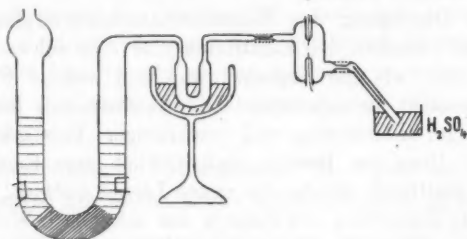


Fig. 2.

Funkenstrom, während das U-Rohr mit flüssiger Luft gekühlt war, und schmolz schließlich ab. Die einzige zu erwartende Verunreinigung, nämlich Wasserdampf, mußte im U-Rohr kondensiert werden. Wenn Sauerstoff zurückgeblieben war, so konnte sein Partialdruck jedenfalls nicht größer sein als in den bei den Vorversuchen benutzten Röhren, die ebenfalls durch Durchströmung luftfrei gemacht waren.

Überraschenderweise war ein über den nächsten Bereich der Spitzen hinausgehendes Leuchten weder mit dem Auge wahrnehmbar, noch photographisch zu erkennen, trotz sehr langer Belichtung. Die Spitzen gaben das sekundäre Wasserstoffspektrum.

Schaltete ich eine 3 mm lange Funkenstrecke (Messingkugeln) vor, so ging ein bläulichweiß schimmerndes Band zwischen den Spitzen über, das ebenfalls das sekundäre Wasserstoffspektrum emittierte. Vergrößerung der Funken-

strecke ließ rote Funken überspringen, welche in erster Linie das erste Spektrum zeigten.

Eine zweite Röhre, bei der die Elektroden einen Abstand von 12 mm (vorher 40 mm) besaßen, mit denselben Vorsichtsmaßregeln gefüllt, ergab dieselben Resultate.

Die Charakteristik der ersten dieser Röhren verlief normal, die der zweiten hatte sogar negative Werte von  $dV/di$ .

Zum Beispiel bei

$$V = 3600, \quad i = 1,48 \cdot 10^{-5} \text{ Amp.}$$

$$V = 3400, \quad i = 2,29 \cdot 10^{-5} \text{ „}$$

Das Ergebnis dieser beiden Versuche schien mir zu beweisen, daß irgend eine Beimischung notwendige Bedingung für das Auftreten des neuen Spektrums sei. Damit war die weitere Untersuchung sehr erschwert; denn da die erste Röhre, die ja das neue Spektrum lieferte, schon sehr sorgfältig gefüllt worden war, mußte ich annehmen, daß die erforderliche Menge der Beimischung sehr klein sei und auf ganz unkontrollierbare Weise in das Gas hineingeraten konnte aus der Glaswand, den Elektroden usw.

Da die Elektrodenspannungen der bisher angefertigten Röhren tief genug lagen, um ein Arbeiten mit der Hochspannungsbatterie des Instituts zu gestatten, machte ich mir diese Stromquelle von da ab zunutze.

Eine ohne große Sorgfalt gefüllte Röhre Fig. 3 ( $P_2O_5$ -Trochnung), zeigte mit der Batterie verbunden zwischen den Elektroden einen bläulichen Lichtpinsel von so großer Helligkeit, daß bei weitem Spalt schon mit dem Auge das Spektrum als das neue erkennbar war. Dieser Lichtpinsel ging immer geradlinig von der Kathode aus, wenn irgend zwei der vier Platindrähte als Zu- und Ableitung gewählt waren, war also unabhängig von der Lage der Anode. Ein Versuch, den Lichtstreif durch einen kleineren Hufeisenmagneten aus Stahl abzulenken, mißlang, brachte ich indessen die Röhre in das ca. 6000 CGS. betragende Feld eines Du Boisschen Halbringelektromagneten, so trat eine deutliche Ablenkung ein. Die

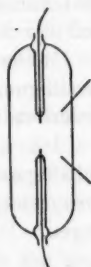


Fig. 3.

Ablenkung ging in die entgegengesetzte über, wenn Röhrenstrom oder Kraftfeld umgekehrt wurden. Berühren der Glaswand mit einem Leiter bewirkte ebenfalls eine Ablenkung, jedoch in so verschiedener Weise, daß eine Gesetzmäßigkeit nicht feststellbar war. Die letztgenannte Erscheinung wird wohl ihre Ursache in statischen Ladungen der Glasoberfläche haben. Beim Ausschalten des Magneten geht die Ablenkung nicht plötzlich, sondern allmählich zurück, was vielleicht auf dieselbe Ursache zurückführbar ist. Der Sinn der Ablenkung entspricht einem Strahl negativer Ionen. Da über deren Geschwindigkeit nichts bekannt ist, andererseits die Größe der vielleicht in Betracht kommenden ablenkenden elektrischen Felder sich der Messung entzieht, so ist über Ladung und Masse der transportierten Ionen keine Angabe möglich. Eine ganz ähnliche Erscheinung ist von Warburg<sup>1)</sup> in Stickstoff beobachtet und als leuchtender elektrischer Wind bezeichnet worden.

Warburg stellt zunächst fest, daß der leuchtende Wind in Stickstoff nicht den Bahnen der Spitzenstromträger folgt und jedenfalls weniger als 3,7 Proz. des Gesamtstromes mit sich führt. Weiterhin zeigt er, daß der leuchtende Wind durch Einführung von Na fast vollkommen verschwindet und zieht daraus den Schluß, daß eine Verunreinigung mit Sauerstoff die Erscheinung bedingt.

Meine Auffassung, daß auch in Wasserstoff eine Verunreinigung für das Auftreten des leuchtenden Windes erforderlich ist, scheint mir durch dieses Analogon gestützt.

Ich habe eine Reihe Versuche angestellt, um weitere Anhaltspunkte über die Natur dieser anscheinend notwendigen Verunreinigung zu gewinnen, ohne jedoch zum Ziel zu gelangen. Diese Versuche, sowie ein interessanter Zusammenhang mit der Charakteristik der Entladung, sind in der Dissertation ausführlich mitgeteilt.

Das Spektrum des leuchtenden elektrischen Windes in Wasserstoff besteht aus beiderseits über die Spitzen hinausgehenden unscharfen Linien, die man ebensogut auch als kurze Banden bezeichnen könnte.

---

1) E. Warburg, Ann. d. Phys. 10. p. 184. 1903.

Tabelle I.

Wellenlängen des Spektrums des leuchtenden, elektrischen Windes  
im Wasserstoff.

$\lambda$	Intensität (1—3)	$\lambda$	Intensität (1—3)
4299,8 }	1	3645,7 }	3
4276,4 }	2	3641,1 }	1
4178,5 }	2	3588,5 }	1
4157,6 }	3	3557,3 }	3
4064,8 }	1	3552,5 }	1
4045,3 }	3	3501,9 }	1
3958,6 }	1	3471,8 }	1
3939,4 }	3	3467,7 }	1
3838,2 }	3	3419,2 }	1
3740,3 }	3		

Spalt  $\frac{1}{40}$  mm. Belichtung 36 Stunden.

Zwei Linien liegen meist nahe aneinander; im brechbareren Teil ist von diesen beiden die mit der größeren Wellenlänge die stärkere, im weniger brechbaren umgekehrt. Eine Reihe von Linien liegt in der Nähe von Linien des sekundären Wasserstoffspektrums<sup>1)</sup>, jedoch meist entfernter als die Beobachtungsfehler. Die beiden leuchtenden Sterne an den beiden Spitzen emittieren das sekundäre Spektrum auf sehr starkem kontinuierlichen Untergrund. Die Linien des leuchtenden Windes gehen beiderseits über diese Bänder hinaus.

Alles in allem scheint es sich hier um eine sehr komplizierte Erscheinung zu handeln, für deren Deutung die beschriebenen Versuche kaum ausreichen dürften. Sicher scheint zu sein, daß eine Verunreinigung des Wasserstoffs wesentliche Bedingung für das Zustandekommen des leuchtenden Windes ist. Welcher Natur sie sein muß, vermag ich nicht anzugeben.

Stickstoff. Luft, Stickoxyd.

Die Darstellung erfolgte nach einer von Hrn. Trautz vorgeschlagenen Methode, die auf Oxydation von Ammoniak durch Brom beruht. Die bisher am schwierigsten zu beseitigende Verunreinigung, NO, tritt hierbei jedenfalls nicht auf. Trotzdem wurde ein Glührohr mit Kupfer eingeschaltet.

1) M. A. Dufour, Sur les spectres de l'hydrogène. Ann. chim. phys. (8) 4. p. 395. 1906.



Das Verfahren ist nach den bisherigen Versuchen apparativ noch nicht vollkommen und es ist wahrscheinlich, daß mit durch die Waschflaschen gedrängte Ammoniakdämpfe eine Verunreinigung mit Wasserstoff bewirkt haben. Die Charakteristik der benutzten Röhre ist nicht die von ganz reinem Stickstoff, sondern verläuft flacher, aber nicht so flach, wie bei auch nur geringer Sauerstoffbeimengung.

Von einem leuchtenden Wind ist mit dem Auge nichts zu erkennen, selbst bei längerem Verweilen im Dunkeln; die Photographie beweist aber, daß ein Leuchten weit über die Spitze hinaus durch den ganzen Zwischenraum sich fortsetzt. Der Ausgangspunkt ist in diesem Falle aber die Anode. Demnach haben wir es mit einer positiven Säule zu tun, wie sie ja auch von den positiven Spitzenkämmen einer Elektrisiermaschine ausgehen. Das Spektrum ist, wie Messung und Vergleichsaufnahme beweist, das normale Bandenspektrum des Stickstoffs, wie es in der Kapillare eines Geisslerrohres auftritt, und besitzt keinen kontinuierlichen Untergrund.

Das gleiche Spektrum ergab die Spitzenentladung in Luft und in NO. Die Darstellung des letzteren erfolgte aus  $\text{NaNO}_3$ ,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , Hg. Die Untersuchung wird dadurch erschwert, daß NO im Spitzenstrom zerfällt, wahrscheinlich in  $\text{N}_2$  und höhere Oxyde, namentlich  $\text{NO}_2$ , die sich auf der Glaswand niederschlagen und schließlich eine so gut leitende Haut bilden, daß der gesamte Strom durch sie hindurchgeht. Die beiden gefertigten Röhren, von denen besonders die zweite mit allen möglichen Vorsichtsmaßregeln gefüllt wurde, enthielten nach zehnstündigem Stromdurchgang, wie die Braunfärbung bewies,  $\text{NO}_2$  und leiteten nur noch durch die adsorbierte Schicht, ohne zu leuchten. In beiden Fällen gelang es aber, das Spektrum im wesentlichen festzuhalten.

Stickstoff, Luft und NO emittieren also im Spitzenstrom das gleiche Spektrum, und in allen drei Gasen geht das Emissionsgebiet über die Spitzen hinaus. Bei kurzer Exposition erscheinen nur die stärksten Banden verlängert, bei längerer greifen alle Banden von einer Spitze zur anderen über.

Diese auffallende Vergrößerung des Leuchtgebietes, die außer diesen drei Gasen also auch Wasserstoff in Gestalt des leuchtenden Kathodenwindes aufweist, habe ich bei keinem



anderen der untersuchten Gase in ähnlichem Maße beobachtet. Nur bei der Entladung in CO und CO<sub>2</sub> (vgl. später) tritt eine schwache Verlängerung einzelner Banden auf. In allen anderen Fällen sind die Sterne auf den Spitzen das einzige Emissionsgebiet. Einen leuchtenden Kathodenwind, wie Warburg ihn beobachtete, habe ich weder in N noch in NO, noch in Luft gesehen. Da die Bedingungen für dessen Auftreten, wie aus den Warburgschen Mitteilungen und dem analogen Verhalten des Wasserstoffs hervorgeht, ziemlich unbekannt sind und unkontrollierbare Verunreinigungen entscheidenden Einfluß haben, so sah ich von Experimenten in dieser Richtung ab.

#### Sauerstoff.

Darstellung: Elektrolyse von Akkumulatorenschwefelsäure.

Trocknung: P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>.

Ein in die Erdleitung eingeschaltetes Telephon summt schwach. Die Belichtungsdauer ging bis zu 24 Stunden. Bei beiden gemachten Aufnahmen ist der Spektrograph nicht scharf eingestellt gewesen. Die Fehler sind daher größer als sonst. Das Spektrum zeigt starken kontinuierlichen Untergrund. Die folgende Tabelle enthält in der ersten Reihe die Resultate meiner Messung, in der zweiten die Intensitäten (1—6), in der dritten und vierten in der Nähe liegende Zahlen des Sauerstoff-Geisslerrohrspektrums nach Hasselberg.<sup>1)</sup> Ein leuchtender Wind tritt nicht auf.

Tabelle II.

Sauerstoff.

Spitzenrohr		Geisslerrohr		Spitzenrohr		Geisslerrohr	
$\lambda$	$i$	$\lambda$	$i$	$\lambda$	$i$	$\lambda$	$i$
4706,7	2	4705,7	6	4194,9	4	4190,0	4
4659,9	2	4651,2	4	4158,6	4	4156,8	6
4597,4	2	4596,5	4	4122,7	5	4121,7	6
4418,2	6	4417,4	2	4075,2	2	4076,2	1
4369,4	5	4369,7	6	3976,6	4	3973,4	1
4351,7	6	4351,6	2	3958,1	2	3954,5	3
4318,9	4	4319,9	3				

Spalt  $\frac{1}{40}$  mm. Belichtung 24 Stunden.

1) C. B. Hasselberg, Wied. Ann. 52. p. 758. 1894.

Aus der Tabelle folgt, daß bei Sauerstoff im Spitzenstrom kein neues Spektrum auftritt, der einzige Unterschied besteht im kontinuierlichen Untergrund.

### Chlor.

Das Gas wurde einer Bombe entnommen und mit Schwefelsäure getrocknet.

Tabelle III.

Spitzenrohr	Geisslerrohr <sup>1)</sup>	
$\lambda$	$\lambda$	$i$
5219,3	5218,2	8
4796,5	4794,6	10
4783,8	4781,4	5
4346,7	4343,8	10
4252,3	4253,5	9
4134,6	4132,7	8
4061,3	—	—
4000,3	—	—
3944,6	—	—
3805,1	—	—
3755,5	—	—

Spalt  $\frac{1}{40}$  mm. Belichtung 48 Stunden.

Die Linien von 4061,3 ab abwärts dürften dem Stickstoffbandenspektrum angehören, und zwar entsprechen ihnen die Kanten 4060, 3999, 3942, 3805, 3755.<sup>2)</sup> Nach Eder und Valenta<sup>3)</sup> tritt bei geringem Druck auch bei nur leichter Verunreinigung durch Stickstoff dessen Bandenspektrum auf. Bei höherem Druck und gleichem Mischungsverhältnis soll indessen das Intensitätsverhältnis sehr zugunsten des Chlorspektrums verschoben sein. Da es Schwierigkeiten hatte, das ganze Röhrensystem bei der Füllung zu evakuieren, so habe ich die Luft aus dem Apparat mittels Durchströmung verdrängt, ein Verfahren, das mir bei dem angewandten relativ

1) J. M. Eder u. E. Valenta, Beiträge p. 358.

2) A. Hagenbach u. H. Konen, Atlas d. Emissionsspektre Nr. 230.

3) J. M. Eder u. E. Valenta, Beiträge p. 362.

hohen Druck zulässig zu sein schien. Daß der geringe Luftrest, der noch vorhanden gewesen sein kann, genügte, um die Stickstoffbanden erscheinen zu lassen, beweist wieder die Unsicherheit, mit der Experimente über Gasspektren behaftet sind. Bei Chlor tritt ebenfalls starker kontinuierlicher Untergrund auf. Das Emissionsgebiet beschränkt sich auf die nächste Nähe der Spitzen.

#### Methan.

Darstellung aus Natriumacetat und Natronkalk. Reinigung: KOH,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ .

$\text{CH}_4$  zerfällt im Spitzenstrom ziemlich schnell unter Abscheidung von Kohle. Die Charakteristik ist variabel,  $i$  sinkt,  $e$  steigt. Das Spektrum besteht, abgesehen von einigen auch hier als Verunreinigung auftretenden Stickstoffbanden, im wesentlichen aus Linien des ersten und zweiten Wasserstoffspektrums, und zwar denselben, die in HCl (vgl. später) auftreten. Außerdem erscheint noch eine Bande des Swanschen Spektrums. Alle Linien liegen auf starkem kontinuierlichen Untergrund.

#### Salzsäure.

Darstellung aus NaCl,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Trocknung:  $\text{P}_2\text{O}_5$ .

Die Intensität des Spitzenlichtes ist in HCl sehr gering. Eine Verlängerung der Belichtung verbessert das Resultat wenig, da der Kontrast zwischen den Linien und dem kontinuierlichen Untergrund, der hier besonders stark auftritt, dadurch nicht vergrößert wird.

Die Koinzidenzen mit dem  $\text{Cl}_2$ -Spektrum überwiegen weitaus, nur wenige  $\text{H}_2$ -Linien sind erkennbar.

Dies Verhalten bildet einen gewissen Gegensatz zu den Erscheinungen im Geisslerrohr, wo das  $\text{H}_2$ -Spektrum schon bei geringem Partialdruck des Wasserstoffs mit großer Helligkeit auftritt und andere Spektren vielfach verdeckt. Möglicherweise ist dieses Zurücktreten der  $\text{H}_2$ -Linie dadurch zu erklären, daß das bei zunehmendem Druck immer mehr an Schärfe verlierende, sekundäre Spektrum schließlich in das auch bei niedrigem Druck immer gleichzeitig auftretende, kontinuierliche Spektrum übergeht. Diese Ausartung ist von

Tabelle IV.

Salzsäure.

HCl		Cl <sub>2</sub> <sup>1)</sup>		H <sub>2</sub> <sup>2)</sup>		N <sub>2</sub> <sup>3)</sup>
$\lambda$	$i$ 1—10	$\lambda$	$i$ 1—10	$\lambda$	$i$ 1—40	$\lambda$
4793,8	3	4794,6	10	—	—	—
4739,7	3	4740,5	3	—	—	—
4341,2	5	—	—	4341,0 (H <sub><math>\gamma</math></sub> )	20	—
4304,0	2	—	—	4304,0	6	—
4275,0	2	4276,6	4	—	—	—
4233,8	2	—	—	4234,5	1	—
4131,2	10	4132,7	9	—	—	—
3913,9	8	—	—	—	—	—
3871,1	4	3871,5	4	—	—	—
3856,2	4	3855,7	2	—	—	—
3853,7	2	3854,8	4	—	—	—
3845,8	4	3845,8	8	—	—	—
3835,2	4	3833,5	8	—	—	—
3830,2	4	3830,9	2	—	—	—
3822,7	4	3821,8	1	—	—	—
3806,7	4	—	—	—	—	3806,0
3783,4	4	—	—	3784,0	1	—
3577,8	10	—	—	—	—	3578,0
3537,9	4	—	—	—	—	3538,0
3374,2	8	—	—	—	—	3373,0

Dufour<sup>4)</sup> bei der Büschelentladung in Wasserstoff photographisch festgestellt worden. Eine Reihe meiner Aufnahmen der Spitzenentladung in reinem Wasserstoff zeigt ebenfalls nur einen kontinuierlichen Streif. Da indessen einige kürzer exponierte Platten das sekundäre Spektrum auf diesem Untergrunde deutlich erkennen lassen, so ist es nicht ausgeschlossen, daß dies Verschwimmen nichts mit der stattfindenden Emission zu tun hat, sondern auf einem Fehler der photographischen Beobachtungsmethode beruht.

1) J. M. Eder u. E. Valenta, Beiträge p. 358.

2) M. A. Dufour, l. c.

3) A. Hagenbach, H. Konen, Nr. 230.

4) M. A. Dufour, l. c.

Ein Versuch,  $\text{SO}_2$  zu untersuchen, wurde angestellt, in dessen erfolgte die Zersetzung des  $\text{SO}_2$  (zu  $\text{SO}_3$  und S wahrscheinlich) so schnell, daß noch während der Einstellung die Stromleitung nicht mehr durch das Gas erfolgte.

**Kohlensäure und Kohlenoxyd.<sup>1)</sup>**

Von der Kohle und ihren Verbindungen sind eine ganze Reihe von Spektren bekannt:

**I. Das Linienspektrum der Kohle.**

Es tritt z. B. auf beim Übergang kondensierter Funken zwischen Kohleelektroden.

**II. Das Cyanspektrum.**

Es tritt auf bei der Bogenentladung zwischen Kohleelektroden in Luft. Läßt man den Bogen in andern Gasen brennen, die keinen N enthalten (Ängström und Thalen), oder in Flüssigkeiten, die keinen N enthalten (Konen), so verschwindet das Spektrum. II ist demnach dem Cyan zuzuordnen.

**III. Kohlenwasserstoffspektrum (Kanten bei 5315, 4368, 3872, 3627). Tritt auf in Kohlenwasserstoffflammen.**

Die Bedingungen, unter denen es erscheint, sind noch nicht eingehend studiert.

**IV. Das Swanspektrum.**

**V. Das Kohlenoxydspektrum.**

Die Spektren IV und V sind sehr verschieden gedeutet worden. Die beiden jetzt noch allein sich gegenüber stehenden Ansichten sind: Das Swanspektrum ist das Bandenspektrum der Kohle, das Kohlenoxydspektrum ist  $\text{CO}$  zuzuschreiben, oder aber, das Swanspektrum ist das Spektrum von  $\text{CO}$ , das „Kohlenoxydspektrum“ ist  $\text{CO}_2$  zuzuschreiben. Eine sichere Entscheidung zwischen beiden Auffassungen ist noch nicht möglich. Eine eingehende Diskussion des vorliegenden Materiales sowie wichtige neue Versuche teilt Konen<sup>2)</sup> mit.

1) Die Abfassung des folgenden Kapitels wurde mir wesentlich dadurch erleichtert, daß mir Hr. Prof. Kayser in Bonn das Manuskript des betreffenden Kapitels seines Handbuches der Spektroskopie zur Verfügung stellte. Ich möchte Hrn. Prof. Kayser auch hier meinen herzlichsten Dank für diese außerordentliche Liebenswürdigkeit aussprechen.

2) H. Konen, Ann. d. Phys. 9. p. 742. 1902.

Danach steht fest, daß das Swanspektrum auch unter Bedingungen zu beobachten ist, welche die Anwesenheit von Sauerstoff fast als ausgeschlossen erscheinen lassen. Nimmt man also nicht an, daß auch minimale Verunreinigungen mit Sauerstoff geeignet sind, das Swanspektrum hervorzurufen, so ist damit dessen Zugehörigkeit zu Kohle am wahrscheinlichsten. Da die Spektren der von Konen untersuchten Entladungsform (Kohlebogen in Flüssigkeiten) gegen Verunreinigungen sowohl der Kohlen (Ca, H, K) als der Flüssigkeiten ziemlich unempfindlich sind, so müßte O demnach eine Ausnahmestelle eingeräumt werden, wenn man das Swanspektrum dem Kohlenoxyd zuordnen wollte.

Stellt man sich trotzdem auf diesen Standpunkt, so darf man das Spektrum V, „das Kohleoxydspektrum“ nicht mehr CO zuschreiben, sondern der Kohlensäure, eine Ansicht, die neuerdings hauptsächlich von Smithells<sup>1)</sup> vertreten worden ist. Die wichtigste Stütze für diese Anschauung findet Smithells darin, daß die elektrischen Entladungen in CO im allgemeinen nur das Swansche Spektrum hervorrufen, und nur unter solchen Bedingungen, die eine Zersetzung des Gases unter Abscheidung von Kohle bewirken, das Kohlenoxydspektrum erscheint, während in CO<sub>2</sub> immer nur das Kohlenoxydspektrum erscheint. Das einfachste wäre daher, anzunehmen, daß das Kohlenoxydspektrum CO<sub>2</sub> zugehört, das Swanspektrum CO.

Es ist nun von der größten Wichtigkeit, daß Deslandres zum Teil zusammen mit d'Azambuya<sup>2)</sup> noch fünf weitere Spektren der Kohleverbindungen entdeckt hat. Es sind nach Deslandres zu unterscheiden:

I. Die positiven Banden.

1. Gruppe (das Swansche Spektrum).
2. „ (das Kohlenoxydspektrum).
3. „ (nach violett abgeschattigte Banden).
4. „ (nach rot abgeschattigte Banden).

3. und 4. treten auf bei geringem Druck im positiven Licht in CO, CO<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>, (CN)<sub>2</sub>.

1) A. Smithells, Phil. Mag. (1) 6. p. 476—503. 1901.

2) H. Deslandres, Compt. rend. 106. p. 842. 1888; Ann. chim. phys. (6) 15. p. 5. 1888; Compt. rend. 137. p. 457. 1903; H. Deslandres u. d'Azambuya, Compt. rend. 140. p. 917. 1905.

## II. Die negativen Banden.

1. Gruppe. Tritt auf bei sehr geringen Drucken im Kathodenlicht in  $\text{CO}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{C}_2\text{H}_2$ . Banden nach rot abschattiert.
2. Gruppe. Tritt auf bei Funken durch  $\text{CO}$  oder  $\text{CO}_2$  von Atmosphärendruck unmittelbar an der Kathode. Banden nach violett abschattiert.
3. Gruppe. An der Kathode bei gewöhnlichen Funken durch  $\text{CO}_2$  bei Atmosphärendruck. Banden nach rot abschattiert.

Die Spektren sind mit Ausnahme der 1. und 2. positiven Gruppe nur von Deslandres genauer untersucht worden. Ein Teil der 3. positiven Gruppe findet sich im Atlas der Emissionsspektren von Konen und Hagenbach Nr. 269.

Zu bemerken ist, daß in der 2. positiven Gruppe, dem Kohlenoxydspektrum, nicht nur Banden auftreten, sondern auch eine ganze Reihe von Linien, die zum Teil von Loos<sup>1)</sup> gemessen worden sind.

Die Spektren der Spitzenentladung in  $\text{CO}$  und  $\text{CO}_2$  sind nun, wie die Himstedtschen Vorversuche ergaben, *nicht* identisch.

Die genaue Untersuchung lehrte, daß die Spektren eine Übereinanderlagerung der 1., 2. und 3. positiven Gruppe nach der Deslandresschen Einteilung sind und außerdem noch eine Reihe von Linien auftreten, die in den bisherigen Tabellen nicht enthalten sind.

Um einen weiteren Vergleich zu ermöglichen, habe ich die Spektren von  $\text{CO}$  und  $\text{CO}_2$  bei tieferem Druck ebenfalls aufgenommen, und zwar unter anderen Bedingungen, als sie bei früheren Untersuchungen vorhanden waren.

Der wesentliche Mangel der meisten bisherigen Untersuchungen über Verbindungsspektren in Geissleröhren ist der, daß zu Beginn der meist ziemlich lange dauernden Aufnahme ein ganz anderes Gasgemisch vorhanden ist als nachher, da in allen Fällen eine Zersetzung durch den Strom stattfindet. Es ist daher wünschenswert, die Stromröhre dauernd mit frischem Gas zu durchströmen.<sup>2)</sup> Die Methode hat gleich-

1) F. Loos, Diss. Bonn 1903.

2) Die Durchströmungsmethode ist zuerst von Gehlhoff angewandt worden; Ann. d. Phys. 24. p. 553. 1907.

zeitig den Vorteil, daß die aus den Glaswänden und den Elektroden sich loslösenden Gase mitgerissen werden, der Reinheitsgrad der Gase daher erheblich größer ist und der Druck konstanter. Um diese Vorteile nicht wieder zu verlieren und namentlich auch um die Stromdichte herabzusetzen und den Einfluß der Glaswand etwas zu beseitigen, verzichtete ich auf die meist übliche Kapillare und benutzte ein Rohr von 3 cm Durchmesser (Al-Elektroden).

$\text{CO}_2$  gewann ich aus fester Kohlensäure, CO aus Ameisensäure und konzentrierter Schwefelsäure; Trocknung  $\text{P}_2\text{O}_5$ .

Auf die Gasentbindungsflasche folgte bei der Darstellung von CO ein Rohr, das mit fester  $\text{CO}_2$  und Äther gekühlt wurde, sodann festes KOH und schließlich  $\text{P}_2\text{O}_5$ . Von da wurde das Gas in ein größeres Gefäß gelassen, das ebenfalls  $\text{P}_2\text{O}_5$  enthielt, und verblieb dort 12 Stunden. Bei  $\text{CO}_2$  blieb das Kühlrohr und KOH weg.

Von dem Trokengefäß konnte das Gas entweder durch ein weites Rohr oder durch eine 17 cm lange Kapillare von  $\frac{1}{10}$  mm Durchmesser in die Entladungsröhre und von da zur Gaedepumpe gelangen. Die Pumpgeschwindigkeit der Gaedepumpe ist so groß, daß der Druck im Entladungsrohr bei dieser Kapillare gerade der richtige war, um eine schöne positive Säule zu erhalten. Die ganze Apparatur wurde, soweit es anging, mit der Quecksilberpumpe mehrmals möglichst tief evakuiert, der Rest der Apparatur mit der auf  $\frac{1}{100}$  mm evakuierenden Gaedeschen Universalpumpe. Eingeschaltete Kundtsche Federn ließen der Stromröhre genügende Beweglichkeit, um die Einstellung auf den Spalt zu ermöglichen. Die Stromröhre besaß Spitzenelektroden, um mit derselben Anordnung die Spitzenspektren und die Geisslerspektren aufnehmen zu können.

Da die Deslandresschen Gruppen zum Teil im Ultraviolett liegen, so war ich genötigt, Quarzverschlüsse anzuwenden und damit wegen der Unmöglichkeit, die Röhre zu erhitzen, auf die äußerste Reinheit zu verzichten. Die Ergebnisse sind indessen nicht anders ausgefallen, als die in reiner Glasapparatur erhaltenen, wenn ich absehe von dem nicht weiter störenden Auftreten einiger Stickstoffbanden und den Cyanbanden 3883 und 3590.



Das bei tiefem Druck und Durchströmen mit frischem Gas erhaltene Spektrum der positiven Säule ist in CO und CO<sub>2</sub> vollkommen identisch, ist aber keineswegs das normale Kohlenoxydspektrum.

Die Wellenlängen sind in Tab. V zusammengestellt.

Tabelle V.

$\lambda$	$\tilde{\nu}$ 1-5	CO-Vakuumrohr	$\lambda$	$\tilde{\nu}$ 1-5	CO-Vakuumrohr
5613,2	3	{ Kurze Bande,	4014,0	1	Kante nach rot
		{ Kante nach rot	3947,9	2	Mitte einer Bande
5199,0	4	Kurze Bande	3907,2	3	Kante nach violett (?)
4776,7	1	{ Erste Kante einer	3893,4	2	" " rot
		{ Bandengruppe	3815,1	2	Mitte einer Bande
4614,3	1	Kante nach rot	3784,8	2	" " "
4414,5	2	" " "	3692,4	1	" " "
4381,8	2	" " "			{ Am weitesten nach violett
4346,5	2	" " "			{ gelegene Kante einer Ban-
4342,0	2	" " "	3483,6	1-3	{ dengruppe, deren Kanten
4327,7	2	" " "			{ nach rot liegen
4286,2	1	" " "	3303,9	3	{ Bandengruppe Kanten
4211,0	2	" " "	3302,1	3	
4194,8	2	" " "	3300,9	3	
4180,3	2	" " "	3297,7	3	
4165,1	1	" " "	3295,2	3	{ Letzte Kante einer ähn-
4152,2	1	" " "	3124,9	3	
4128,6	3	" " "	2968,4	3	
4028,1	1	" " "	2824,2	3	

Von den typischen Banden des Kohlenoxydspektrums sind vorhanden: 5610, 5198, 4125. Die beiden violetten fehlen auffallenderweise.

Außerdem sind eine Reihe von Koinzidenzen mit Linien, die von Loos zum Kohlenoxydspektrum gerechnet werden, vorhanden, der größte Teil der Linien ist indessen nicht unterzubringen.

Die Banden 4393 und 4511 des Kohlenoxydspektrums habe ich in einer ebenfalls kapillarlosen Röhre bei sehr tiefem Druck auch ohne Durchströmung nicht beobachten können.

Die Spitzenentladung bei Atmosphärendruck hat in CO und CO<sub>2</sub> einen ganz verschiedenen Charakter.

Zunächst ist auffallend, daß in CO sich sehr bald nach Beginn des Stromdurchganges auf der Kathode Kohle niederschlägt, die allmählich einen Faden bildet. Da dieser Faden den leuchtenden Stern trägt, so kann es leicht vorkommen, daß dieser aus dem Gesichtsfeld des Spektrographen rückt und es ist daher nötig, etwa alle 10 Min. den Kohlenfaden durch einen Funkenstrom zu zerstören, wobei natürlich der Spektrograph zu verschließen ist. Bei CO<sub>2</sub> habe ich auch bei längerem Stromdurchgang keine Kohlenabscheidung bemerkt.

Auch in anderen Beziehungen verhalten sich die beiden Gase sehr verschieden. In Kohlensäure ist überhaupt keine ruhige Entladung zu erzielen, bei kleinem und großem Elektrodenabstand, Platin- und Aluminiuelektroden tritt immer ein Übergang zur Büschelentladung auf, ein eingeschaltetes Telephon summt stark; Funken bilden sich sehr leicht, so daß bei allen Aufnahmen ein Dämpfungswiderstand eingeschaltet werden mußte, bestehend aus einer mit destilliertem Wasser gefüllten Kapillare von  $\frac{1}{10}$  mm Durchmesser und 41 cm Länge. Dadurch wurde die Funkenbildung vollkommen beseitigt, jedoch gelang es auch mit größeren Widerständen nicht, eine Entladungsform zu bekommen wie in anderen Gasen, in denen an beiden Spitzen nur ein leuchtender Stern ohne sichtbares fortsetzendes Büschel vorhanden war. Das Hinausgehen des Leuchtens über die Spitzen findet in sehr geringem Maße (nur photographisch bei den stärksten Banden erkennbar) auch bei CO statt.

Das Spektrum der ohne Dämpfungswiderstand in CO<sub>2</sub> immer auftretenden Funken habe ich ebenfalls photographiert.

In CO ist im Gegensatz dazu die Entladung vollkommen ruhig, das Telephon schweigt gänzlich, trotzdem eine weitgehende Zersetzung des Gases stattfindet. Gehlhoff<sup>1)</sup> hat in seiner Untersuchung über Kathodengefälle und Spektren zusammengesetzter Gase das Verhalten eines in die Erdleitung eingeschalteten Telefons als Kriterium dafür benutzt, ob das Gas im Entladungsrohr zersetzt wurde oder nicht. Im Falle

1) G. Gehlhoff, Ann. d. Phys. 24. p. 558. 1907 und Diss. Berlin 1907.

der Spitzenentladung versagt dies Kriterium, wie das Verhalten von CO zeigt, vollkommen.

Ferner ist die Intensität des Spitzenlichtes eine sehr verschiedene. Bei der höchstzulässigen Tourenzahl der Elektrisiermaschine war das Spitzenlicht in  $\text{CO}_2$  immer noch so schwach, daß eine für alle zu untersuchenden Wellenlängen genügende Exposition 40 Stunden beanspruchte; dagegen war die Entladung in CO so hell, daß das Spektrum leicht mit dem Auge beobachtet werden, ja sogar die Farben der einzelnen Banden empfunden werden konnten, was in keinem anderen Gase je möglich war.

Die Wellenlängen sind in Tab. VI zusammengestellt.

Tabelle VI.

$\text{CO}_2$ -Funken		CO-Spitzen		$\text{CO}_2$ -Spitzen		CO-Spektrum (Loos)	Swansches Spektrum	Deslandres 2. negative Gruppe	Cyan- spektrum
$\lambda$	$i$ 1-5	$\lambda$	$i$ 1-5	$\lambda$	$i$ 1-5				
—	—	5611,7	2	—	—	5610,3	—	—	—
—	—	5192,3	2	—	—	5198,3	—	—	—
5152,6	1	5160,8	2	—	—	—	5165,1	—	—
—	—	4831,4	4	—	—	—	4831,9	—	—
—	—	4736,5	2	—	—	—	4737,2	—	—
—	—	4720,3	2	—	—	—	—	—	—
4697,5	4	4696,2	2	—	—	—	4697,6	—	—
—	—	4678,2	5	—	—	—	4677,0	—	—
4671,4	1	—	—	—	—	—	—	—	—
4641,9	4	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	4594,0	1	—	—	—	—
4590,6	4	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	4510,7	5	—	—	4511,0	—	—	—
4466,3	1	—	—	—	—	4463,6	—	—	—
4445,0	1	—	—	—	—	4445,0	—	—	—
4415,2	4	—	—	—	—	4416,8	—	—	—
—	—	4391,3	3	—	—	4393,2	—	—	—
4364,3	2	4365,7	5	—	—	—	—	—	—
4345,7	3	—	—	—	—	4341,1	—	—	—
4324,2	3	—	—	—	—	4327,5	—	—	—
—	—	—	—	4284,0	2	4286,6	—	—	—
4274,9	3	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	4198,2	2	—	—	4198,3	—	—	—
4189,0	3	—	—	—	—	—	—	—	—
4168,4	1	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	4144,3	2	—	—	—	—
—	—	—	—	4139,3	2	—	—	—	—
4122,4	3	4126,3	5	4125,8	2	4123,4	—	—	—

Tabelle VI (Fortsetzung).

CO <sub>2</sub> -Funken		CO-Spitzen		CO <sub>2</sub> -Spitzen		Deslandres 3. positive Gruppe	Deslandres 1. negative Gruppe	Deslandres 2. negative Gruppe	Cyan- spektrum
$\lambda$	$i$ 1-5	$\lambda$	$i$ 1-5	$\lambda$	$i$ 1-5				
—		—		4108,7	2				
4072,8	5	—		4076,3	2				
3984,2	1	—		—					
3973,1	3	—		—					
*3963,5	5	—		3963,0	5				
3957,1	2	3958,7	5	—					
*3946,1	5	—		—					
—		—		3914,1	4				
—		—		3904,4	2				
—		3891,8	5	—					
3883,2		—		3883	4				3883
—		—		3870	4				3871
—		—		3861	2				3861
—		—		3855	2				3855
—		—		3840,1	2				
3751,9	5	—		—					
—		3745,1	4	—					
3728,9	4	—		—					
3715,3	4	—		—					
—		3697,1	3	—		3698,7			
—		3679,5	3	—					
—		—		3674,3	5			3674,9	
—		—		3669,9	5				
—		—		3662,6	5				
*3604,8	5	—		—			3607,4		
*3590,0	5	—		—			3593,4		3590
—		—		3563,1	3				
—		3546,8	1	3546,6	3				
—		—		3535,0	1				
—		—		3512,5	1				
—		—		3505,0	1				
—		3494,4	4	—		3492,7			
3475,9	3	—		—					
—		—		—					
3392,7	3	—		—					
3378,2	2	—		—				3377,9	
—		3305,7	4	—		3305,8			
—		—		3259,7	1				
—		—		3252,2	1				
3166,6	1	—		—					
3140,4	1	—		—					
—		3134,3	4	—		3134,6			
—		—		3117,1	2				
*3093,1	5	—		3093,6	2				
*3083,1	5	—		3082,7	2				

Tabelle VI (Fortsetzung).

CO <sub>2</sub> -Funken		CO-Spitzen		CO <sub>2</sub> -Spitzen		Deslandres 3. positive Gruppe	Deslandres 1. negative Gruppe	Deslandres 2. negative Gruppe	Cyan- spektrum
$\lambda$	$i$ 1-5	$\lambda$	$i$ 1-5	$\lambda$	$i$ 1-5				
*9058,7	1	—	—	—	—	—	—	—	—
*9051,3	1	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	2976,5	4	—	—	2976,3	—	—	—
—	—	—	—	2897,2	2	—	—	—	—
—	—	—	—	2896,0	2	—	—	—	—
*2884,4	1	—	—	2884,2	2	—	—	—	—
*2882,1	1	—	—	2882,2	2	—	—	—	—
—	—	2830,0	3	—	—	2832,0	—	—	—
—	—	2825,0	3	—	—	—	—	—	—
*2816,8	1	—	—	—	—	—	—	—	—

Die Tabelle enthält in den ersten drei Kolonnen das Funkenspektrum von CO<sub>2</sub> und die Wellenlängen meiner Aufnahmen der Spitzenstromspektren von CO und CO<sub>2</sub>. Die nächsten Kolonnen enthalten koinzidierende Linien aus verwandten Spektren, dem Swanschen Spektrum<sup>1)</sup> (die Hauptkanten sind fett gedruckt), dem Kohlenoxydspektrum<sup>2)</sup>, den Deslandreschen Gruppen<sup>3)</sup> und dem Cyanspektrum.<sup>4)</sup> Die vierte Kolonne ist unterteilt und enthält im Gebiet von 5610 bis 4123 das Kohlenoxydspektrum, von da ab die dritte positive Gruppe von Deslandres. Die Teilung konnte geschehen, weil das erstere Spektrum keine weiter in ultraviolett liegenden Linien aufweist, das letztere keine Koinzidenzen im Gebiet der längeren Wellen.

Das Bild ist ein ziemlich verwickeltes und ich möchte daher die wichtigsten Punkte hervorheben.

Betrachten wir zunächst die für das Kohlenoxydspektrum typischen Banden 5610, 5198, 4511, 4393, 4123.

Sie sind sämtlich mit großer Intensität im CO-Spitzenpektrum enthalten. Im CO<sub>2</sub>-Spitzenpektrum erscheint dagegen

1) Nach Watts u. Wilkinson, Phil. Mag. (6) 12. p. 581.

2) F. Loos, Über Wellenlängen und Gesetzmäßigkeiten in den Hauptbanden des sogenannten Kohlenoxydspektrums. Diss. Bonn 1903.

3) H. Deslandres, l. c.

4) Nach H. Kayser u. C. Runge.

nur die Bande 4123 und auch diese nur schwach. Die Helligkeit dieses Spektrums im Gebiete der Kohlenoxydbanden ist nun gering; man könnte daher dies Ausbleiben auf zu kurze Belichtungszeit schieben. Da aber auch das  $\text{CO}_2$ -Funkenspektrum nur die Bande 4123 aufweist, trotzdem viele starke Linien in dem betreffenden Gebiet photographiert sind, so kann man wohl sagen, daß die typischen Kohlenoxydbanden im  $\text{CO}_2$ -Spitzen- und Funkenspektrum vollständig zurücktreten. Unterhalb 4123 erscheinen im CO-Spitzenpektrum die stärksten Banden der dritten positiven Gruppe von Deslandres, im  $\text{CO}_2$ -Funken- und Spitzenpektrum außer den von einer Unreinheit des Gases herrührenden Cyanbanden 3883 und 3590 nur noch unbekannte Linien.

Ob es berechtigt ist, hier Koinzidenzen mit den negativen Gruppen von Deslandres anzunehmen, erscheint mir zweifelhaft, da die stärksten Linien dieser Gruppe fehlen.

Im  $\text{CO}_2$ -Funkenspektrum sind eine Reihe von Linien mit einem Stern bezeichnet, dies soll bedeuten, daß die betreffenden Wellenlängen nur in unmittelbarer Nähe der Spitzen auftreten und nicht in der ganzen Funkenbahn.

Man sollte erwarten, daß gerade diese Linien auch im Spitzenstrom vertreten seien, das ist aber keineswegs der Fall, sondern von elf nur an den Elektroden erscheinenden Linien des  $\text{CO}_2$ -Funkenspektrums sind nur fünf im Spitzenstromspektrum vorhanden.

Weiterhin erscheinen im CO-Spitzenpektrum eine Reihe von Banden des Swanschen Spektrums, die im  $\text{CO}_2$ -Spitzenpektrum gänzlich fehlen; im  $\text{CO}_2$ -Funkenspektrum ist nur 4697 zu sehen.

Es ist damit gezeigt, daß unter geeigneten Bedingungen CO ein ganz anderes Spektrum emittiert wie  $\text{CO}_2$ .

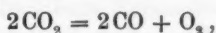
Es wäre indessen vollkommen verfehlt, nunmehr das sogenannte Kohlenoxydspektrum dem CO zuzuschreiben. Denn  $\text{CO}_2$  sowohl wie CO werden im Spitzenstrom weitgehend zersetzt.

Kohlensäure ist zuletzt von Noda und Warburg<sup>1)</sup> in

---

1) T. Noda u. E. Warburg, Ann. d. Phys. 19. p. 1. 1906. Dort auch die sonstige Literatur.

dieser Beziehung untersucht worden. In diesem Gase geht zunächst die Reaktion vor sich



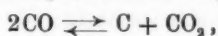
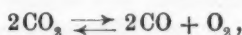
sodann



Das Verhalten des Kohlenoxyds im Spitzenstrom ist bisher nicht genauer untersucht. Ich konstatierte, wie oben bereits erwähnt, eine Abscheidung von Kohle. Weiterhin öffnete ich eine Röhre nach längerem Stromdurchgang (ca. 10 Stunden) unter Barytwasser.

Die Röhre war unter Überdruck abgeschlossen worden, wies aber nunmehr einen Unterdruck auf, entsprechend einer ca. 12 cm hohen Säule von Barytwasser. Starke Trübung bewies sodann Anwesenheit von  $\text{CO}_2$ , wie ja auch nicht anders zu erwarten war. Kohlenabscheidung in CO bei Stromdurchgang ist schon öfter beobachtet worden.<sup>1)</sup>

Es ist also noch eine Reaktionsgleichung hinzuzufügen und wir hätten, da unter dem Einfluß der Entladung jedenfalls alle diese Reaktionen auch umgekehrt laufen werden, in beiden Gasen



Über den genaueren Verlauf dieser Reaktionen ist nichts bekannt; wie viele und welche Zwischenreaktionen stattfinden, wäre selbst dann nicht angebbar, wenn die Konzentrationen als Funktionen der Zeit bekannt wären und wir annehmen, die Reaktionen gingen in homogenem System isotherm vor sich. Läuft die Reaktion nach den obigen drei Gleichungen ab, so müßte sie durch drei simultane Differentialgleichungen mit je zwei, im ganzen also sechs Konstanten darstellbar sein. Sind Zwischenreaktionen vorhanden, so würden mehr Konstanten zu nehmen sein. Ob wir aber deren sechs oder mehr nehmen, wird die Genauigkeit der Darstellung nicht so stark beeinflussen, daß wir sagen könnten, das eine oder das andere

1) Vgl. z. B. K. v. Wesendonck, Physik. Zeitschr. 9. p. 151. 1908.

der versuchten Gleichungssysteme entspreche dem tatsächlichen Vorgang.

Einer Messung zugänglich sind nur die Konzentrationen im Gasraum, nicht die an der Spitze herrschenden. Diese sind aber für die Emissionsvorgänge allein maßgebend.

Zu betonen ist dabei ferner, daß Spuren von Wasserstoff bereits ganz andere Reaktionen hervorrufen können und die C-O-Reaktionen katalytisch beeinflussen. Wir haben also ein Gemisch von Abbauprodukten von CO und CO<sub>2</sub> vor uns, von dem wir gar nichts wissen. Jede vorhandene Molekülgattung kann ein eigenes Spektrum besitzen und was wir beobachten, ist die Überlagerung aller dieser Spektren.

Zu der Annahme, daß nun die unter dem Namen Kohlenoxydspektrum zusammengefaßten Linien und Banden gerade CO oder CO<sub>2</sub> zuzuschreiben sind, berechtigt uns nichts.

#### Zusammenfassung der Resultate.

Die Spektren, welche die elementaren Gase O<sub>2</sub>, Cl<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> bei der Spitzenentladung emittieren, unterscheiden sich nicht wesentlich von den Spektren, welche man bei diesen Gasen in Geisslerröhren bzw. bei der Funkenentladung erhalten hat. O<sub>2</sub> und Cl<sub>2</sub> geben das elementare Linienspektrum, N<sub>2</sub> das erste Bandenspektrum, Cl<sub>2</sub> und O<sub>2</sub> zeigen starken kontinuierlichen Untergrund. In N<sub>2</sub> und ebenso in NO und Luft, die beide ebenfalls das erste Bandenspektrum des Stickstoffs liefern, beschränkt sich das Leuchten nicht auf die nächste Umgebung der Spitzen, sondern alle Banden werden auch im Gasraum zwischen den Spitzen emittiert.

Bei Wasserstoff tritt ebenfalls außer dem Leuchten an den Spitzen ein zweites Emissionsgebiet auf in Gestalt eines leuchtenden Windes, der sich von der Kathode aus in den Gasraum erstreckt in einer von der Lage der Anode unabhängigen Richtung. Wie die Ablenkung durch ein Magnetfeld beweist (ca. 6000 C.G.S. mußten angewandt werden) besteht dieser Strahl aus *negativen* Ionen, die entweder selbst leuchten oder Emission veranlassen. Das Spektrum des leuchtenden Windes besteht aus unscharfen Linien, die mit keinem bekannten Spektrum zusammenfallen, während an den Spitzen



selbst das erste und zweite Wasserstoffspektrum emittiert wird. Das Auftreten des leuchtenden Windes ist wahrscheinlich an die Anwesenheit sehr kleiner Verunreinigungen gebunden und ist begleitet von erheblichen Änderungen der Charakteristik des Entladungsstromes.

Von zusammengesetzten Gasen wurden untersucht  $\text{HCl}$ ,  $\text{CH}_4$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{CO}_2$ .

Alle diese Gase erleiden im Spitzenstrom eine Zersetzung.  $\text{HCl}$  emittiert hauptsächlich die stärkeren Chlorlinien, außerdem einige Linien der  $\text{H}_2$ -Spektra und ein kontinuierliches Spektrum,  $\text{CH}_4$  Wasserstofflinien und das Swansche Spektrum.

$\text{CO}$  und  $\text{CO}_2$ , die im Geisslerrohr dasselbe Spektrum emittieren, verhalten sich im Spitzenstrom verschieden. In  $\text{CO}$  erscheinen alle Hauptbanden des Kohlenoxydspektrums, in  $\text{CO}_2$  nur 4123.

In  $\text{CO}$  erscheinen ferner einige Linien des Kohlenoxydspektrums, einige Swanbanden, die Hauptbanden der dritten positiven Gruppen von Deslandres und eine Reihe bisher unbekannter Linien, in  $\text{CO}$  ebenfalls Linien des Kohlenoxydspektrums und unbekannte Linien.

Funken in  $\text{CO}_2$  bei Atmosphärendruck geben ebenfalls im wesentlichen ein neues Spektrum.

Das Spektrum der positiven Säule in einem Entladungsröhr ohne Kapillare bei tiefem Druck und dauernder Durchströmung mit frischem  $\text{CO}$  oder  $\text{CO}_2$  enthält die Kohlenoxydbanden 5610, 5198, 4123 und unbekannte Banden, die bis 2800 gemessen sind.

Zum Schluß erfülle ich die angenehme Pflicht, Hrn. Geh. Rat Himstedt für die Anregung und Förderung dieser Arbeit und sein mir stets bewiesenes Wohlwollen meinen herzlichsten Dank auszusprechen. Desgleichen schulde ich Hrn. Privatdozent Dr. Gaede und Hrn. Privatdozent Dr. Trautz für ihre vielfache Unterstützung großen Dank.

Freiburg, Physik. Institut d. Univ., Oktober 1909.

(Eingegangen 17. September 1909.)

#### 4. Über die Seriensysteme in den Spektren von Zink, Cadmium und Quecksilber; von F. Paschen.

Im Spektrum des Magnesium sind drei verschiedene Systeme von Serien nachgewiesen:

*Erstens:* Zwei Nebenserien und eine Hauptserie von *Triplets* mit ihren Kombinationen.

*Zweitens:* Drei Paare gleicher Schwingungsdifferenz, zuerst bemerkt von J. R. Rydberg. Diese bilden nach ihrer magnetischen Aufspaltung je ein Glied von zwei Nebenserien und einer Hauptserie von *Dublets*.

*Drittens:* Die von Rydberg entdeckte isolierte Serie *einfacher Linien* und eine weitere von A. Fowler<sup>1)</sup> gefundene Serie *einfacher Linien* haben innerhalb der Berechnungsfehler eine gemeinsame Grenze, weshalb Fowler beide Serien als zwei verschiedene Nebenserien betrachtet.

Man muß hiernach die Existenz von drei solchen Seriensystemen auch in anderen Spektren für möglich ansehen. Jedes dieser drei Seriensysteme kann vollständig entwickelt auftreten, etwa in der Weise, wie das Dubletsystem z. B. als einziges bei den Alkalien beobachtet ist. Es enthält dann außer den drei Grundserien (zwei Nebenserien und einer Hauptserie) noch die „Bergmann-Serie“ und alle Kombinationen nach Ritz.

Daß von solchen Seriensystemen einfacher Linien neben den Systemen von Dublet- und Tripletserien bisher nicht mehr gefunden wurden, liegt an der Schwierigkeit, sie nachzuweisen. Fast alle Merkmale, an denen man bisher zueinander gehörige Serienlinien erkannte, und die zur Entdeckung der meisten Serien geführt haben, fehlen hier: Man hat nicht die gleiche Schwingungsdifferenz von Paaren oder Triplets. Die einfachen Linien dieser Serien zeigen keinen auffallenden Typus des Zeemaneffektes.

1) A. Fowler, Proc. Roy. Soc. 71. p. 419. 1903.

F. A. Saunders<sup>1)</sup> gibt in den Spektren von Zn und Cd je zwei Reihen einfacher Linien an und meint, sie bildeten Serien, welche den beiden Magnesiumserien einfacher Linien entsprechen. Einen rechnerischen Beweis dafür gibt Saunders nicht. Doch hat er die Linien nach ihrem Aussehen aus dem Spektrum herausgelesen. Sie zeigten ihm im Luftspektrum den gleichen Typus der Unschärfe wie die Magnesiumlinien. Für einen erfahrenen Beobachter, der über ein Spektrum genügender Dispersion verfügt, ist dies vielleicht ein besserer Beweis als die Serienrechnung, solange man nicht ein exakt gültiges Seriengesetz der Rechnung zugrunde legen kann. Daß es sich aber um zwei an derselben Grenze auslaufende Nebenserien handelt, was man den Linien nicht ansehen kann, das wahrscheinlich zu machen, reichen die Serienformeln hin.

Wegen der prinzipiellen Wichtigkeit, in weiteren Spektren ein drittes Seriensystem einfacher Linien nachzuweisen, dessen Existenzmöglichkeit durch das Beispiel des Magnesiums angezeigt war, habe ich die Saundersche Angabe rechnerisch untersucht und finde seine Vermutung bestätigt. Als Grundlinien dieser neuen Serien ergeben sich die stärksten ultraroten Linien der betreffenden Elemente, welche ich früher<sup>2)</sup>

1) F. A. Saunders, Phys. Rev. 20. p. 117. 1905. In dieser Notiz teilt Saunders auch vier neue Triplets des Magnesiums mit, welche die Schwingungsdifferenz der Triplets der II. Tripletnebenserie haben. Als stärkste Linien dieser Triplets gibt er an:

$m =$	3	4	5	6	
$\lambda$ beob.	3731	3051	2833	2729	
$(m, \Delta p)$	$\left\{ \begin{array}{l} 12957,1 \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 6985,6 \\ 6987,4 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 4463,8 \\ 4461,6 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 3119,4 \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{aus obigem } \lambda \text{ ber.} \\ \text{nach Abh. II ber.} \end{array} \right.$

Es ist die Kombination  $(2, p_1, \pi_1) - (m, \Delta p)$  (vgl. meine Abh. II p. 654). Die aus Saunders Beobachtung berechneten Werte der Terme  $(m, \Delta p)$  sind zum Beweis verglichen mit den von mir aus anderen Beobachtungen abgeleiteten Werten. Hier tritt der Term  $(3, \Delta p)$  in Kombination mit  $(2, p, \pi)$  auf, während er mit  $(3, d, \delta)$  keine Kombination gibt, wohl aber die Terme  $(m, \Delta p)$   $m = 4, 5, 6 \dots$

2) F. Paschen, Ann. d. Phys. 27. p. 537. 1908; 29. p. 625. 1909. Auf letztere Abh. II wird mit l. c. verwiesen.

In Abh. II ist zu streichen:

p. 645 unter „Weitere Zinklinien der Quarzglas-Zinklampe“ die Linie 4916,275 (eine Hg-Linie).

p. 658 die Kombination  $(3, d'', d''') - (m, s, \sigma)$ . Die Linie 3933,8 gehört zur Dublet-Hauptserie des Calciums.

nicht zu deuten vermochte. Schließlich bilden diese neuen Serien interessante neue Kombinationen. Auch beim Quecksilber läßt sich analoges nachweisen. Es ist hier insofern bemerkenswert, als starke, längst bekannte Linien in das Serienbild eingeordnet werden.

Im folgenden werden die II. Nebenserien berechnet nach der Formel

$$\nu = (2, P) - (m, S), \quad (m, S) = \frac{109675,0}{(m + S + \mathfrak{S}(m, S))^2}.$$

$(2, P)$  ist die Grenze,  $S, \mathfrak{S}$  sind Konstanten,  $m = 2,5, 3,5, 4,5 \dots$

Die zu dieser II. Nebenserie gehörige I. Nebenserie wird berechnet nach der Formel:

$$\nu = (2, P) - (m, D), \quad (m, D) = \frac{109675,0}{(m + D + \mathfrak{D} \sqrt{(m, D)})^2},$$

$(2, P)$  ist Grenze,  $D, \mathfrak{D}$  sind Konstante,  $m = 3, 4, 5, \dots$

#### Zink.

##### II. Nebenserie einfacher Linien.

	$m = 2,5$	$3,5$	$4,5$	$5,5$	$6,5$
beob. $\lambda$	11055,4	5182,175	4298,54	3966	3799
beob. $\nu$	9042,95	19291,61	29257,2	25207	26316
beob. $(m, S)$	19972,0	9723,4	5757,8	3808	2699,2
ber. $\lambda$	11055,4	5182,10	4298,54	3965,9	3799,6
$\lambda_{\text{beob.}} - \lambda_{\text{ber.}}$	0	+0,075	0	+0,1	-0,6

$$(2, P) = 29015,0, \quad S = -0,127071, \quad \mathfrak{S} = -1,47951 \times 10^{-6}.$$

Die Linien 3,5 bis 6,5 sind von Saunders als zu einer Serie gehörig angegeben.

##### I. Nebenserie einfacher Linien.

	$m = 3$	$4$	$5$	$6$
beob. $\lambda$	6362,58	4630,06	4114	3880
beob. $\nu$	15712,62	21592,5	24301	25766
beob. $(m, D)$	13902,4	7422,9	4714	3249
ber. $\lambda$	6362,58	4630,06	4113	3879
$\lambda_{\text{beob.}} - \lambda_{\text{ber.}}$	0	0	+1	+1

$$(2, P) = 29015,0, \quad D = -0,237406, \quad \mathfrak{D} = +9,43118 \times 10^{-4}.$$

Diese vier Linien betrachtet Saunders als zu einer Serie gehörig.

## Kombinationen.

	$\lambda$ Luft ber.	$\lambda$ Luft beob.
(3, D) - (4, $\Delta p$ )	15682,1	15682,1
(2, P) - (3, $d'$ , $\delta'$ )	6238,69	6238,21
(2, P) - (3, $d''$ , $\delta''$ )	6240,07	6239,43

(3,  $d^i$ ,  $\delta^i$ ) sind aus der I. Triplet-Nebenserie berechnet.

## Cadmium.

## II. Nebenserie einfacher Linien.

$m =$	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
beob. $\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 10395,17 \\ \nu = 9617,26 \\ (m, S) = 19224,3 \\ \lambda = 10395,17 \end{array} \right.$	5154,85	4306,98	3981,92	3819	3723	26852,9
$\lambda_{\text{beob.}} = \lambda_{\text{ber.}} =$	0	-0,80	0	-0,36	+0,4	-0,4

$$(2, P) = 28841,6, \quad S = -0,075914, \quad \mathfrak{S} = -1,85004 \times 10^{-6}.$$

Saunders gibt die Linien 3,5 bis 7,5 als zu einer Serie gehörig an.

## I. Nebenserie einfacher Linien.

$m =$	3	4	5	6
beob. $\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 6438,71 \\ \nu = 15526,84 \\ (m, D) = 13314,8 \\ \text{ber. } \lambda = 6438,71 \end{array} \right.$	4662,69	4141	3905	25601
$\lambda_{\text{beob.}} - \lambda_{\text{ber.}} =$	0	0	+2,1	+2,0

$$(2, P) = 28841,6, \quad D = -0,210216, \quad \mathfrak{D} = +6,95435 \times 10^{-4}.$$

Diese vier Linien gibt Saunders als zu einer Serie gehörig an. Seine Messung der Linien 5 und 6 wird nach seinen Angaben einen Fehler von 2 Å.-E. haben können.

## Kombinationen.

(2, $p_1, \pi_1$ ) - (3, D)	(2, $p_2, \pi_2$ ) - (3, D)	} Aus l. c. p. 650 wiederholt. Die dort vermutete neue Serie ist also diese I. Nebenserie einfacher Linien
beob. 3649,74	3500,09	
ber. 3649,76	3500,13	
(3, D) - (4, $\Delta p$ )	(3, D) - (5, $\Delta p$ )	
beob. 15713,50	11268,36	
ber. 15712,13	11266,09	

	$(2, P) - (3, d', \delta')$	$(2, P) - (3, d'', \delta'')$
beob. <sup>1)</sup>	6325,40	6330,18
ber.	6325,81	6330,04
	$(2, P) - (4, d', \delta')$	$(2, P) - (4, d'', \delta'')$
beob. <sup>1)</sup>	4614,35	4615,57
ber.	4614,22	4615,40
	$(2, P) - (5, d', \delta')$	$(2, P) - (5, d'', \delta'')$
beob.	4114,7 im Funken (Eder u. Valenta)	
ber.	4114,08	4114,84

## Quecksilber.

## II. Nebenserie einfacher Linien.

$m =$	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
$\lambda =$	10140,58	4916,19	4108,17	3801,78	
$\nu =$	9858,72	20335,41	24335,04	26296,20	
$(m, S) =$	20253,6	9776,9	5777,3	3816,1	
ber. $\lambda =$	10140,58	4917,08	4108,17	3801,78	3648,1 <sup>1)</sup>
$\lambda_{\text{beob.}} = \lambda_{\text{ber.}} =$	0	-0,89	0	0	

$$(2, P) = 30112,3, \quad S = -0,181141, \quad \mathfrak{S} = -2,06475 \times 10^{-6}.$$

Mit kräftigen Linien tritt die Kombinationsserie

$$(2, P) - (m, d^i, \delta^i)$$

auf, aber so, daß der Term  $(m, d, \delta)$  der in der I. Triplet-Nebenserie die stärkste Linie gibt, hier keine Linie gibt (wie auch bei Zn und Cd).  $(m, d''', \delta''')$  gibt in der I. Triplet-Nebenserie die schwächere,  $(m, d', \delta')$  die stärkere Linie. In der neuen Kombination ist das Intensitätsverhältnis umgekehrt.

	mittelstarke	schwächste	stärkste Linie
$(2, P)$	$-(3, d', \delta')$	$-(3, d'', \delta'')$	$-(3, d''', \delta''')$
beob.	5769,81	5789,88 <sup>2)</sup>	5790,87
ber.	5769,64	5789,58	5790,52

1) Beobachtet von mir l. c. p. 648 u. 649.

2) Nach dieser Linie habe ich gesucht. Allein die Nähe der starken Linie 3650,42 mit ihren Geistern macht die Wahrnehmung einer schwachen Linie schwierig. Bei 3648 lag der erste Geist. Er schien schärfer und stärker als der erste Geist auf der anderen Seite.

3) Diese verhältnismäßig starke Linie ist trotz der vielen Untersuchungen der gelben Hg-Linie 5790,9 merkwürdigerweise bisher übersehen.

	mittelstarke	schwächste	stärkste Linie
(2, P)	— (4, $d'$ $\delta'$ )	— (4, $d''$ , $\delta''$ )	— (4, $d'''$ , $\delta'''$ )
beob.	4339,32	4343,79	4347,62
ber.	4339,37	4343,69	4347,47
(2, P)	— (5, $d'$ $\delta'$ )	— (5, $d''$ , $\delta''$ )	— (5, $d'''$ , $\delta'''$ )
beob.	3902,09	3903,88	3906,59
ber. <sup>1)</sup>	3901,85	3903,67	3906,67
(2, P)	— (6, $d'$ $\delta'$ )		— (6, $d'''$ , $\delta'''$ )
beob.	3701,59		3704,29
ber.	3701,49		—

Die als „beob.“ angeführten Linien sind hier teils von mir, teils von den Herren Lorinser und Wiedmann an einer sehr lichtstarken Aronslampe mit einem Konkavgitter größter Art photographisch gegen Eisenlinien gemessen (bezogen auf Hartmanns „R“-System). Ihr Fehler ist höchstens 0,02 Å.-E. Zu den Differenzen zwischen beob. und ber. ist zu bemerken, daß die berechneten Werte die Fehler in der rechnerischen (Extrapolations-)Bestimmung zweier Seriegrenzen in sich vereinigen. Die Differenzen liegen überall innerhalb dieser Berechnungsfehler. Andererseits würde der Wert (2, P) = 30111,6 statt 30112,3 fast alle Differenzen zum Verschwinden bringen.

Von dem Gliede (2, P) — (6,  $d'$ ,  $\delta'$ ) sind die zwei stärksten Linien hier beobachtet zu 3701,593, Int. 2 und 3704,288, Int. 5. Aus ihnen folgen die Terme (6,  $d'$ ,  $\delta'$ ) = 3104,4 und (6,  $d'''$ ,  $\delta'''$ ) = 3124,1. Das entsprechende Glied der I. Triplet-Nebenserie, von dem Kayser und Runge, wie Eder und Valenta nur die drei stärksten Linien beobachtet haben, läßt sich nun vollständiger angeben:

1) Die Linie  $m = 5$  I. Triplet-Nebenserie ist richtig und vollständig zuerst von H. Hermann angegeben (Tübinger Diss. 1904. p. 29, Anm. 1). Aus den Beobachtungen Eder und Valentas folgt:

$$\begin{aligned} (5, d, \delta) &= 4479,9, & (5, d', \delta') &= 4490,5, \\ (5, d'', \delta'') &= 4502,5, & (5, d''', \delta''') &= 4522,1. \end{aligned}$$

I. Triplet-Nebenserie  $(2, p_0, \pi_1) - (6, d^i, \delta^i)$ .

	$(2, p_1, \pi_1)$	$(2, p_2, \pi_2)$	$(2, p_3, \pi_3)$
$-(6, d''', \delta''')$	$\nu = 37012,7$	41643,2	4309,8
	$\lambda = 2700,99$	2400,64	2302,94
$-(6, d'', \delta'')$			ber. . . . .
			beob. $\left\{ \begin{array}{l} 2301,57 \text{ K. u. R.} \\ 2301,6 \text{ E. u. V.} \end{array} \right.$
$-(6, d', \delta')$	$\nu = 37032,4$	41662,9	
	ber. $\lambda = 2699,55$	2399,51	
	beob. $\lambda \left\{ \begin{array}{l} 2699,74 \text{ K. u. R.} \\ 2699,5 \text{ E. u. V.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 2399,64 \text{ K. u. R.} \\ 2399,6 \text{ E. u. V.} \end{array} \right.$	
$- 6, d, \delta$	ber. . . . .		

Extrapoliert man die Formeln der II. Nebenserien auf  $m = 1,5$ , so erhält man mit großem möglichen Fehler:

	für Zink	Cadmium	Quecksilber
$\lambda$	2584	2811	2267 Å.-E.

Falls dieses Serienglied existiert, sollte es daher eine ungemein starke Linie im Ultraviolett sein, welche zugleich Grundlinie einer im weiteren Ultraviolett verlaufenden Hauptserie wäre. Die zweite Möglichkeit wäre, daß  $m = 1,5$  nicht existiert, und daß die Glieder  $m = 2,5$  die Grundlinien der II. Nebenserie und zugleich der Hauptserie sind. Diese Möglichkeit liegt näher, weil die Linien  $(2, P) - (2,5, S)$  bei weitem die stärksten Linien des gesamten Spektrums sind. Die Hauptserie würde dann im weiteren Ultrarot zu suchen sein, etwa so, daß die nächsten Hauptserienlinien  $(2,5, S) - (3, P)$  gebildet würden durch die noch nicht eingeordneten Linien Zn 14039,5, Cd 15154,8, Hg 13674,3, welche ihrer Lage und Intensität nach dieser Deutung entsprechen.

Bei Quecksilber würde z. B. folgendes Bild entstehen:

Hauptserie.  $\nu = (2,5, S) - (m, P)$ ,  $(2,5, S) = 20253,6$ .

$m =$	2	3
$\lambda =$	10140,6	13674,3
$\nu =$	9858,72	7311,01
$(m, P) =$	30112,3	12942,6

Kombinationen:

	$(2, P) - (3, P)$	$(3, P) - (4,5, S)$
beob.	5921,63	13952,4
ber.	5922,6	13952,0

1) Die beob. Linie 2699,74 enthält die Linien  $(2, p_1, \pi_1) - (6, d', \delta')$  und  $(2, p_1, \pi_1) - (6, d, \delta)$ .



Allgemeine Bemerkungen zu den neuen Serien  
und ihren Linien.

Die Kombinationen sind dadurch bemerkenswert, daß sie von Termen gebildet werden, welche verschiedenen Systemen von Serien angehören. Beiden Seriensystemen gemeinsam treten hier auf:

1. Die Terme der I. Nebenserie, wie bei Calcium (vgl. l. c. p. 659).

2. Die Terme ( $m, \Delta p$ ) der Bergmannserie.

Die einfachen Linien der neuen Serien sind in mehrfacher Weise interessant:

*Erstens:* Die Linien der Serien selber sind wahrscheinlich sämtlich Linien ohne Trabanten. Dies ist das übereinstimmende Resultat aller Beobachtungen, welche seit Michelson an diesen Linien angestellt sind. Es sei auf die letzte Arbeit von L. Janicki<sup>1)</sup> verwiesen. Die Zn-Linien 6364, 5182, 4630 sind zunächst weniger beweisend, weil auch die Tripletlinien 4811, 4722, 4680 einfach gefunden wurden. Ähnliches gilt von den Magnesiumlinien. Um so auffälliger ist Cadmium und Quecksilber, da hier nur die Linien der neuen Serien frei von Trabanten sind. So sind die Linien Cd 6439, 5155, 4663; Hg 4916 von allen Beobachtern gefunden. Die Kombination ( $2, P$ ) — ( $m, d^i, \delta^i$ ) hat wieder Linien mit Trabanten z. B. Cd 6325, Hg 5769, 5790, 4339, 4347.

*Zweitens:* Der Zeemaneffekt der Hg-Linien 4916 und 4108 ist ein normales Triplet im Sinne der Lorentzschen Theorie, d. h. ein reines Triplet mit den theoretischen Polarisationsverhältnissen der Komponenten. Die Größe der Aufspaltung ist bedingt durch den Wert  $e/m = 1,77 \times 10^7 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2}$ . Dies folgt aus den relativen Messungen von Runge und mir und den absoluten Messungen von Weiss und Cotton<sup>2)</sup> und von Gmelin.<sup>3)</sup> Es ist zu vermuten, daß dasselbe für alle anderen Linien obiger neuer Serien zutrifft.

Nach W. Lohmann<sup>4)</sup> sollen auch sämtliche Heliumlinien

1) L. Janicki, Ann. d. Phys. 29. p. 833. 1909.

2) P. Weiss u. A. Cotton, Journ. d. Phys., Juni 1907.

3) P. Gmelin, Ann. d. Phys. 28. p. 1079. 1909.

4) W. Lohmann, Dissertation Halle 1907. p. 33; Physik. Zeitschr. 9. p. 145. 1908.

denselben normalen Zeemaneffekt zeigen. Das eine Seriensystem des Helium besteht in der Tat aus einfachen, trabantenfreien Linien. Für diese hat Lohmann das normale Verhalten im Magnetfeld sehr sicher konstatiert.

Die Kombinationsserie des Hg, bei welcher der Schwingungsvorgang der mehrfachen I. Triplet-Nebenserienlinien hineinspielt, zeigt deutlich einen anomalen Zeemaneffekt, der für entsprechende Linien nicht gleich zu sein scheint. In einem Felde von 23010 Gauss (nach Gmelins Messung anstatt der Angabe 24600 von Runge und mir) finden Runge und ich<sup>1)</sup> Triplets und als mittleren Wert  $\Delta\lambda/\lambda^2$ :

$\lambda$	$\Delta\lambda/\lambda^2$	$\lambda$	$\Delta\lambda/\lambda^2$
5769,8	1,24	5790,9	1,15
4339,3	1,32	4347,6	1,09
3902,1	1,06	3906,6	0,93

Dem normalen Triplet entspricht in diesem Felde  $\Delta\lambda/\lambda^2 = 1,095$ . Bei höheren Feldern spaltet sich 5769,8 nach Lohmann und Gmelin sogar in ein Nonett auf. Die Linie 5790,9 zeigt die merkwürdige, von P. Gmelin<sup>2)</sup> entdeckte Verschiebung der mittleren Komponente des Zeemantriplets.

Nach dem Vorstehenden darf man annehmen, daß eine Anomalie des Zeemaneffektes nicht durch die Serienverteilung der Linien bedingt ist, sondern durch dieselben Ursachen, welche Dublets, Triplets usw. erzeugen.

J. R. Rydberg<sup>3)</sup> gibt für Zn, Cd, Hg eine Reihe von Dublets im Ultraviolett an. Es ist möglich, daß diese Dublets bei genauerer Untersuchung sich als Glieder je dreier Dubletserien herausstellen, wie es für diejenigen ultravioletten Dublets tatsächlich geschehen ist, welche Rydberg in den Spektren der Erdalkalien ebenso angegeben hat. Doch bedarf es zur Konstatierung dieses dritten Seriensystems bei Zn, Cd, Hg weiterer Untersuchung.

1) C. Runge u. F. Paschen, Anh. z. d. Abh. der Berl. Akad. St. 7. p. 80. 1902.

2) P. Gmelin, Physik. Zeitschr. 9. p. 212. 1908.

3) J. R. Rydberg, Svenska Vetensch. Akad. Handl. 23. Nr. 11. p. 111.

(Eingegangen 19. September 1909.)

**5. Das Verhalten von Lichtwellen  
in der Nähe eines Brennpunktes oder einer  
Brennlinie;  
von P. Debye.**

---

Das von Gouy entdeckte eigenartige Verhalten von Kugel- und Zylinderwellen in der Nähe von Brennpunkten und Brennlinien, insbesondere das Auftreten des sogenannten Phasensprunges, wurde kürzlich von Hrn. F. Reiche<sup>1)</sup> einer erneuten Betrachtung unterzogen. In Anlehnung an frühere, dort genannte Autoren wird zunächst auf Grund der optischen Differentialgleichungen der „Phasensprung“ in einem Brennpunkt abgeleitet für vollständige Kugelwellen; die Erscheinungen auf der Achse eines Strahlenbündels endlicher Öffnung, welche, wie Sagnac zuerst bemerkte, wesentlich von denen bei einer vollständigen Kugelwelle verschieden sind, werden dann berechnet unter Benutzung des Huygensschen Prinzips. Ich möchte nun im folgenden zeigen, wie eine geeignete Spezialisierung des Problems (Verlegung des das Lichtbündel begrenzenden Schirmes in unendliche Entfernung), welche die Beschreibung der zu beobachtenden Erscheinungen nicht wesentlich ändert, sowohl für Kugel- wie für Zylinderwellen zu einem äußerst einfachen Ausdruck für den Lichtvektor führt, der dann überall, nicht allein auf der Achse des Bündels, Gültigkeit hat. Derselbe gestattet eine geometrische Interpretation, welche die Verhältnisse, besonders im Falle von Zylinderwellen, ohne Mühe überblicken läßt.

Neben der soeben erwähnten Behandlung auf Grund des Huygensschen Prinzips ist noch ein zweiter Weg möglich, der direkt von der optischen Differentialgleichung ausgeht, und für Strahlenbündel endlicher Öffnung zu einer Darstellung des Lichtvektors in Reihenform führt, welche dann eine vollständig strenge Lösung des Problems bildet. Es ist nun bemerkenswert, daß bei unserer Formulierung des Problems letztere Darstellung völlig mit der unter Benutzung des

---

<sup>1)</sup> F. Reiche, Ann. d. Phys. 29. p. 65 und p. 401. 1909.

Huygensschen Prinzips gewonnenen übereinstimmt, was seinen Grund darin hat, daß im vorliegenden Falle, wo sich die Randbedingungen lediglich auf die unendlich ferne Kugelfläche beziehen, die dort geltenden Oberflächenwerte in Strenge richtig von vornherein angegeben werden können.

§ 1. Das konvergierende Strahlenbündel endlicher Öffnung nach dem Huygensschen Prinzip.

Wir behandeln zunächst den Fall eines räumlichen Bündels und bemerken dazu, daß die Feldkomponenten sich ableiten lassen aus einem einzigen Vektor  $\mathfrak{P}$ , dem „Hertzschen Vektor“, dessen rechtwinkelige Komponenten die optische Differentialgleichung

$$(1) \quad \Delta \mathfrak{P} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathfrak{P} = 0$$

erfüllen müssen. Beschränken wir uns von vornherein auf periodische Zustände mit der Schwingungszahl  $\nu$  in  $2\pi$  sec und substituieren deshalb in üblicher Weise für  $\mathfrak{P}$  die Größe  $\mathfrak{P} e^{i\nu t}$  und entsprechend für die Feldkomponenten, so gilt statt (1)

$$(1') \quad \Delta \mathfrak{P} + k^2 \mathfrak{P} = 0; \quad \left( k^2 = \frac{\nu^2}{c^2} \right).$$

Ist ein Ausdruck für  $\mathfrak{P}$  bekannt, so folgen daraus zwei mögliche, voneinander verschiedene Felder; das erste wird aus  $\mathfrak{P}$  abgeleitet mittels der Gleichungen:

$$(2) \quad \begin{cases} \mathfrak{E} = \text{grad div } \mathfrak{P} + k^2 \mathfrak{P}, \\ \mathfrak{H} = i k \text{ rot } \mathfrak{P}, \end{cases}$$

für das zweite gilt:

$$(2') \quad \begin{cases} \mathfrak{E} = -i k \text{ rot } \mathfrak{P}, \\ \mathfrak{H} = \text{grad div } \mathfrak{P} + k^2 \mathfrak{P}, \end{cases}$$

wobei die reellen Teile von  $\mathfrak{E} e^{i\nu t}$ , bzw.  $\mathfrak{H} e^{i\nu t}$  elektrische, bzw. magnetische Feldstärke bedeuten.

Ist nun irgend eine Komponente von  $\mathfrak{P}$ , z. B.  $\mathfrak{P}_x$  sowie  $\partial \mathfrak{P}_x / \partial n$ , auf einer geschlossenen Fläche mit der Normalen  $n$  bekannt, so kann man in irgend einem Punkte innerhalb dieser Fläche  $\mathfrak{P}_x$  durch Integration finden, ähnlich wie es Kirchhoff beim Huygensschen Prinzip tut.

Die betreffende Formel folgt sofort aus dem Greenschen Satz, wenn man für die eine der in demselben auftretenden

Funktionen die Lösung  $e^{-ikR}/R$  von (1') und für die andere  $\mathfrak{P}_x$  substituiert, in der Form:

$$(3) \quad 4\pi \mathfrak{P}_x = - \int \left( \mathfrak{P}_x \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{-ikR}}{R} - \frac{e^{-ikR}}{R} \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial n} \right) d\sigma,$$

wobei  $R$  den Abstand des Integrationspunktes vom Aufpunkte bedeutet und die Integration über die Fläche zu erstrecken ist, auf der  $\mathfrak{P}_x$  und  $\partial \mathfrak{P}_x / \partial n$  gegeben sind.

Wir definieren nun um den geometrischen Brennpunkt des zu untersuchenden räumlichen Bündels Kugelkoordinaten  $r, \vartheta, \omega$  in der in Fig. 1 angegebenen Art, so daß  $\vartheta = 0$  und  $\vartheta = \pi$  mit der Achse des Bündels zusammenfallen. Hat dasselbe den Öffnungswinkel  $2\alpha$ , so werden wir ein mögliches Bündel dadurch charakterisieren können, daß wir in sehr großer Entfernung vom Nullpunkt, innerhalb des Winkels  $0 < \vartheta < \alpha$  für  $\mathfrak{P}_x$  z. B., den Ansatz

$$(4) \quad \mathfrak{P}_x = \frac{e^{-ikr}}{r},$$

während wir weiter voraussetzen, daß außerhalb dieses Winkels die Erregung entweder Null ist, d. h. von höherer Ordnung wie  $1/r$  verschwindet, oder aus vom Nullpunkte wegeilenden Wellen besteht.<sup>1)</sup>

Die Integration in (3) braucht dann über die zu letzteren Wellen gehörigen Gebiete nicht erstreckt zu werden, da sich dort die beiden Glieder des Integranden gegeneinander aufheben, im Gegensatz zu dem, von den einfallenden Wellen erfüllten Gebiet, wo die beiden Glieder dasselbe Zeichen haben, wie die folgenden Andeutungen noch näher beleuchten. Nennen wir noch die Koordinaten eines Punktes auf der unendlich großen Kugel, über die die Integration (3) in unserem Falle erstreckt werden soll,  $r_0, \vartheta_0, \omega_0$ , während die Koordinaten des Aufpunktes  $r, \vartheta, \omega$  sind, so gilt in erster Näherung

$$(5) \quad R = r_0 - r \cos \gamma,$$

1) Der Beweis letzterer Behauptung verläuft ebenso wie die folgende Rechnung auf p. 758.

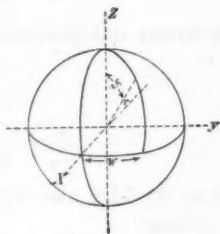


Fig. 1.

wo  $\gamma$  den Winkel zwischen den Richtungen  $r$  und  $r_0$  bedeutet. Man kann noch  $\gamma$  in  $\vartheta$ ,  $\vartheta_0$ ,  $\omega$ ,  $\omega_0$  ausdrücken, mittels der bekannten Formel:

$$(6) \quad \cos \gamma = \cos \vartheta \cos \vartheta_0 + \sin \vartheta \sin \vartheta_0 \cos (\omega - \omega_0).$$

In derselben Näherung wie oben ist auf der Integrationskugel:

$$\mathfrak{P}_x = \frac{e^{ikr_0}}{r_0} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial n} = ik \frac{e^{ikr_0}}{r_0},$$

während mit Rücksicht auf (5) folgt

$$\frac{e^{-ikR}}{R} = \frac{e^{-ikr_0}}{r_0} e^{ikr \cos \gamma},$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{-ikR}}{R} = -ik \frac{e^{-ikr_0}}{r_0} e^{ikr \cos \gamma},$$

Aus (3) folgt also für  $\mathfrak{P}_x$  die im ganzen Raume geltende Darstellung

$$(7) \quad 2\pi \mathfrak{P}_x = \frac{ik}{r_0^2} \int e^{ikr \cos \gamma} d\sigma,$$

oder unter Einführung des räumlichen Winkелеlementes  $d\Omega$ , so daß  $d\sigma = r_0^2 d\Omega$ :

$$(7') \quad 2\pi \mathfrak{P}_x = ik \int e^{ikr \cos \gamma} d\Omega,$$

wo jetzt die Integration auf der Einheitskugel über ein Segment mit der Öffnung  $2\alpha$  zu erstrecken ist. Durch Substitution von (6) und

$$d\Omega = \sin \vartheta_0 d\vartheta_0 d\omega_0$$

kann man (7') noch umformen in:

$$(7'') \quad 2\pi \mathfrak{P}_x = ik \int_{\vartheta_0=0}^{\vartheta_0=\alpha} \int_{\omega_0=0}^{\omega_0=2\pi} e^{ikr [\cos \vartheta \cos \vartheta_0 + \sin \vartheta \sin \vartheta_0 \cos (\omega - \omega_0)]} \sin \vartheta_0 d\vartheta_0 d\omega_0.$$

Ebenso wie für ein räumliches Bündel folgt ein Ausdruck für die Feldstärken in einem ebenen Bündel, das geometrisch gesprochen in einer Brennpunktlinie konvergiert. Auch hier ist es von Vorteil, die Hertz'sche Funktion  $\mathfrak{P}$  zu benutzen. Denken wir an Wellen, die in der  $x, y$ -Ebene fortschreiten (für deren Feldstärken  $\partial/\partial z = 0$  ist), so werden wir von  $\mathfrak{P}$  annehmen müssen, daß  $\mathfrak{P}_x = \mathfrak{P}_y = 0$  und nur  $\mathfrak{P}_z$  von Null verschieden ist. Durch Anwendung von (2) bzw. (2') folgen dann zwei ver-

schiedene möglichen Zustände, die Wellen entsprechen, welche in bzw. senkrecht zur  $x, y$ -Ebene polarisiert sind und aus denen sich alle möglichen Zustände kombinieren lassen. Dieses ist sofort klar, wenn man (2) und (2') für den Fall  $\mathfrak{P}_x = \mathfrak{P}_y = 0$  spezialisiert; man erhält dann, wenn man noch um den Nullpunkt der  $x, y$ -Ebene Polarkoordinaten  $\varrho, \varphi$  einführt, entweder

$$(8) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_\varrho = 0, & \mathfrak{H}_\varrho = \frac{ik}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathfrak{P}_z, \\ \mathfrak{E}_\varphi = 0, & \mathfrak{H}_\varphi = -ik \frac{\partial}{\partial \varrho} \mathfrak{P}_z, \\ \mathfrak{E}_z = k^2 \mathfrak{P}_z, & \mathfrak{H}_z = 0, \end{cases}$$

oder

$$(8') \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_\varrho = -\frac{ik}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathfrak{P}_z, & \mathfrak{H}_\varrho = 0, \\ \mathfrak{E}_\varphi = ik \frac{\partial}{\partial \varrho} \mathfrak{P}_z, & \mathfrak{H}_\varphi = 0, \\ \mathfrak{E}_z = 0, & \mathfrak{H}_z = k^2 \mathfrak{P}_z. \end{cases}$$

Im ebenen Falle lautet der Greensche Satz:

$$(9) \quad 4i\mathfrak{P}_z = - \int \left( \mathfrak{P}_z \frac{\partial}{\partial n} H_2(kP) - H_2(kP) \frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial n} \right) ds,$$

wenn  $P$  der Abstand des Aufpunktes vom Integrationspunkt bedeutet und  $H_2(kP)$  die sogenannte zweite Hankelsche Funktion ist<sup>1)</sup>, welche für kleine Werte von  $kP$  mit

$$(10) \quad -\frac{2i}{\pi} \log \frac{kP}{2}$$

und für große Werte von  $kP$  mit

$$(11) \quad \sqrt{\frac{2}{\pi kP}} e^{-i\left(kP - \frac{\pi}{4}\right)}$$

zusammenfällt; die Integration ist über eine den Aufpunkt umschlingende Linie  $s$  mit der äußeren Normalen  $n$  zu erstrecken. Charakterisieren wir nun das ebene Bündel vom Öffnungswinkel  $2\alpha$  dadurch, daß für  $-\alpha < \varphi < \alpha$  in sehr großer Entfernung vom Nullpunkte

$$\mathfrak{P}_z = H_1(k\varrho) = \sqrt{\frac{2}{\pi k\varrho}} e^{i\left(k\varrho - \frac{\pi}{4}\right)}$$

1) Vgl. für die im folgenden angeführten Näherungsformeln N. Nielsen, *Handbuch der Theorie der Zylinderfunktion*. Leipzig 1904.

und für alle anderen Richtungen die Erregung verschwindet oder zu Wellen gehört, welche von einem im Endlichen gelegenen Punkt aus divergieren, so ergibt (9) analog wie im räumlichen Falle mit Rücksicht auf die asymptotische Darstellung (11) für  $\mathfrak{P}_z$  die Formel:

$$(12) \quad \pi \mathfrak{P}_z = \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{i k \varrho \cos(\varphi - \varphi_0)} d\varphi_0.$$

Dieselbe ist, wie man sieht, ganz analog mit (7') gebaut und übrigens noch einfacher wie diese. Die Diskussion der Erscheinungen wird in § 3 und 4 direkt an (7), bzw. (12) angeknüpft werden. Zuvor wollen wir noch im nächsten Paragraphen zeigen, wie auch die direkte Integration der Differentialgleichung (1') auf Reihen führt, welche mit (7) bzw. (12) identisch sind.

## § 2. Reihenentwickelungen für den zum konvergierenden Lichtbündel gehörigen Hertzschen Vektor.

Wir wollen wieder zuerst das räumliche Strahlenbündel behandeln in der am Ende des vorigen Paragraphen angedeuteten Weise. Dazu bemerken wir zunächst, daß spezielle Lösungen von (1') gebildet werden durch die beiden Ausdrücke<sup>1)</sup>

$$(13) \quad \frac{\eta_n(kr)}{kr} P_n(\cos \vartheta), \quad \text{bzw.} \quad \frac{\zeta_n(kr)}{kr} P_n(\cos \vartheta).$$

Für sehr große Werte von  $kr$  ist:

$$(14) \quad \eta_n(kr) = e^{-i \frac{\pi}{2}(n+1)} e^{ikr} \quad \text{und} \quad \zeta_n(kr) = e^{i \frac{\pi}{2}(n+1)} e^{-ikr},$$

die erste Lösung stellt demnach Wellen dar, die auf den Nullpunkt zu-, die zweite solche, die vom Nullpunkt wegeilen. Entwickeln wir andererseits eine Funktion  $f(\vartheta)$ , welche für  $0 < \vartheta < \alpha$  den Wert 1 hat und für  $\alpha < \vartheta < \pi$  verschwindet in eine Kugelfunktionenreihe von der Form

$$(15) \quad f(\vartheta) = \sum_0^{\infty} a_n P_n(\cos \vartheta),$$

1) Für die Definition und die Reihenentwickelungen der hier benutzten Funktionen vgl. man P. Debye, Lichtdruck usw. Diss. München § 2, sowie die dort angegebene Literatur, oder auch Ann. d. Phys. 30. p. 57. 1909.



so wird:

$$(16) \quad \begin{cases} a_n = \frac{2n+1}{2} \int_0^\alpha P_n(\cos \vartheta_0) \sin \vartheta_0 d\vartheta_0 \\ = -\frac{2n+1}{2n(n+1)} \sin \alpha \frac{d}{d\alpha} P_n(\cos \alpha). \end{cases}$$

Setzen wir nun z. B. an:

$$(17) \quad \mathfrak{P}_x = u_1 = \sum_0^\infty a_n e^{i\frac{\pi}{2}(n+1)} \frac{\eta_n(kr)}{r} P_n(\cos \vartheta),$$

so wird dieses eine Lösung von (1') sein, die zwar nach (14) und (15) für  $0 < \vartheta < \alpha$  den Wert  $\frac{e^{ikr}}{r}$  annimmt, die aber noch nicht als Lösung der Aufgabe angesehen werden kann, da für kleine Werte von  $kr$

$$\eta_n(kr) = -i \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{(kr)^n},$$

so daß der Ausdruck (17) im Nullpunkt nicht endlich bleibt. Um diese Singularität zu vermeiden, fügen wir zu  $u_1$  noch die Funktion<sup>1)</sup>

$$(17') \quad u_2 = \sum_0^\infty a_n e^{i\frac{\pi}{2}(n+1)} \frac{\zeta_n(kr)}{r} P_n(\cos \vartheta)$$

hinzu, so daß wir im ganzen für  $\mathfrak{P}_x$  erhalten:

$$(18) \quad \mathfrak{P}_x = u_1 + u_2 = \sum_0^\infty a_n e^{i\frac{\pi}{2}(n+1)} \frac{\eta_n(kr) + \zeta_n(kr)}{r} P_n(\cos \vartheta),$$

oder auch mit Rücksicht auf Formel (14) der zitierten Abhandlung:

$$(18') \quad \mathfrak{P}_x = 2 \sum_0^\infty a_n e^{i\frac{\pi}{2}(n+1)} \frac{\psi_n(kr)}{r} P_n(\cos \vartheta).$$

Dieser Ausdruck bleibt im Nullpunkte endlich, da für kleine Werte von  $kr$ :

$$\psi_n(kr) = \frac{(kr)^{n+1}}{1 \cdot 3 \dots (2n+1)}$$

und stellt demnach die gesuchte Lösung dar.

1) Ersetzt man in (17') die Variable  $\vartheta$  durch  $\pi - \vartheta'$ , so ergibt der Vergleich mit (17) ohne weiteres (unter Benutzung der asymptotischen Formel (14) für  $\zeta_n$ ), daß die durch  $u_2$  dargestellte Erregung für  $r = \infty$  auf das Gebiet  $\pi - \alpha < \vartheta < \pi$  beschränkt ist.

Es erübrigt jetzt noch zu zeigen, daß der Ausdruck (18') mit dem im vorigen Paragraphen erhaltenen (7''), wie schon in der Einleitung hervorgehoben, identisch ist. Dazu substituieren wir zunächst für  $a_n$  den unausgerechneten Wert aus (16), so daß wir statt (18') erhalten:

$$(18'') \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{P}_x &= \int_0^a \sin \vartheta_0 d\vartheta_0 \\ &\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) e^{i \frac{\pi}{2}(n+1)} \frac{\psi_n(kr)}{r} P_n(\cos \vartheta_0) P_n(\cos \vartheta). \end{aligned} \right.$$

Nun gilt andererseits nach dem Additionstheorem der Kugelfunktionen die Legendresche Formel:<sup>1)</sup>

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P_n(\cos \gamma) d\omega_0 = P_n(\cos \vartheta_0) P_n(\cos \vartheta),$$

wenn  $\gamma, \omega, \vartheta, \omega_0, \vartheta_0$  dieselbe Bedeutung wie in § 1, Gleichung (6) haben; statt (18'') können wir demnach auch schreiben

$$\mathfrak{P}_x = \frac{1}{2\pi} \int_{\vartheta_0=0}^{\vartheta_0=a} \sin \vartheta_0 d\vartheta_0 \int_{\omega_0=0}^{\omega_0=2\pi} d\omega_0 \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) e^{i \frac{\pi}{2}(n+1)} \frac{\psi_n(kr)}{r} P_n(\cos \gamma).$$

Schließlich ist aber die hier auftretende Summe bis auf den Faktor  $ik$  identisch mit der bekannten Entwicklung:

$$e^{ikr \cos \gamma} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) e^{i \frac{\pi}{2} n} \frac{\psi_n(kr)}{kr} P_n(\cos \gamma),$$

so daß wir in Übereinstimmung mit (7'') für  $\mathfrak{P}_x$  den Ausdruck erhalten

$$\mathfrak{P}_x = \frac{ik}{2\pi} \int_{\vartheta_0=0}^{\vartheta_0=a} \sin \vartheta_0 d\vartheta_0 \int_{\omega_0=0}^{\omega_0=2\pi} e^{ikr \cos \gamma} d\omega_0.$$

1) Vgl. z. B. E. Heine, Theorie der Kugelfunktionen 1. p. 313. Berlin 1878.

Ebenso wie der räumliche Fall soeben behandelt wurde, läßt sich der ebene erledigen. Als Lösung ergibt sich

$$(19) \quad \mathfrak{P}_s = \frac{2}{\pi} \sum_0^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n} e^{in\frac{\pi}{2}} J_n(k\rho) \cos n\varphi,$$

wenn  $J_n(k\rho)$  die gewöhnliche Besselsche Funktion  $n^{\text{ter}}$  Ordnung ist und der Strich am Summenzeichen bedeutet, daß, wie bei allen  $\cos$ -Reihen, das erste Glied halb zu nehmen ist. Auch hier kann man den Ausdruck (19) entstanden denken durch Summation der beiden Reihen:

$$u_1 = \frac{1}{\pi} \sum_0^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n} e^{in\frac{\pi}{2}} H_n^1(k\rho) \cos n\varphi,$$

$$u_2 = \frac{1}{\pi} \sum_0^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n} e^{in\frac{\pi}{2}} H_n^2(k\rho) \cos n\varphi,$$

von denen für große Werte von  $k\rho$  die erste  $u_1$ , eine auf den Winkel  $-\alpha < \varphi < \alpha$  beschränkte Zylinderwelle darstellt, welche nach dem Nullpunkt hin fortschreitet, während  $u_2$  eine Zylinderwelle darstellt, welche vom Nullpunkt wegeht und auf das Intervall  $\pi - \alpha < \varphi < \pi + \alpha$  beschränkt ist. Daß (19) mit (12) identisch ist, folgt sofort, wenn man zunächst  $\sin n\alpha/n$  ersetzt durch:

$$\int_0^{\alpha} \cos n\varphi_0 d\varphi_0,$$

so daß man statt (19) schreiben kann:

$$\begin{aligned} \mathfrak{P}_s &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\alpha} d\varphi_0 \sum_0^{\infty} e^{in\frac{\pi}{2}} J_n(k\rho) \cos n(\varphi + \varphi_0) \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_0^{\alpha} d\varphi_0 \sum_0^{\infty} e^{in\frac{\pi}{2}} J_n(k\rho) \cos n(\varphi - \varphi_0), \end{aligned}$$

was dann mit Rücksicht auf die bekannte Entwicklungsformel

$$e^{ik\rho \cos \gamma} = \sum_0^{\infty} e^{in\frac{\pi}{2}} J_n(k\rho) \cos n\gamma,$$

ohne weiteres in (12) übergeht. Daß (7) und (12) strenge Lösungen unserer Aufgabe sind, sieht man übrigens auch direkt ein, wenn man bedenkt, daß erstens die Integranden dieser beiden Ausdrücke Gleichung (1') ohne Vernachlässigungen genügen und sich zweitens im Unendlichen in der verlangten Art verhalten, wie noch näher in den beiden folgenden Paragraphen gezeigt wird.

### § 3. Diskussion der Verhältnisse in einem ebenen Bündel.

Da uns hauptsächlich die Lichterregung in der Nähe der Brennpunktlinie interessiert, werden wir die Formel (12) für  $\mathfrak{P}_z$  spezialisieren können für nicht zu große Werte von

$$k \varrho = 2 \pi \frac{\varrho}{\lambda} \quad (\lambda = \text{Wellenlänge}).$$

Wir beschränken uns vorderhand auf die Diskussion von  $\mathfrak{P}_z$  in Punkten der Achse des Bündels ( $\varphi = 0$  oder  $\varphi = \pi$ ) und erhalten dann vor der Brennpunktlinie ( $\varphi = 0$ ), indem wir  $\cos \varphi_0$  durch  $1 - \varphi_0^2/2$  ersetzen, den Ausdruck:

$$(20) \quad \mathfrak{P}_z = \frac{e^{ik\varrho}}{\pi} \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{-i \frac{k\varrho}{2} \varphi_0^2} d\varphi_0 = \frac{2e^{ik\varrho}}{\pi} \int_0^{\alpha} e^{-i \frac{k\varrho}{2} \varphi_0^2} d\varphi_0.$$

Das folgende Glied in der Entwicklung von  $\cos \varphi_0$  ist  $\varphi_0^4/24$ , so daß die vorstehende Formel nur so lange Gültigkeit hat, als der Ausdruck

$$(21) \quad k \varrho \frac{\alpha^4}{24} = \frac{\pi \alpha^4}{12} \frac{\varrho}{\lambda}$$

nicht zu groß, beispielsweise klein gegen  $\pi$  ist. Diese Beschränkung ist praktisch belanglos, denn denken wir z. B. an eine Zylinderlinse mit einer Öffnung gleich dem zehnten Teil der Brennweite, so ist  $\alpha = 1/20$ , so daß der Ausdruck (21) erst gleich  $\pi$  wird, wenn

$$\frac{\varrho}{\lambda} = \frac{12}{\alpha^4} = 1,92 \cdot 10^6,$$

d. h. in beinahe  $2 \cdot 10^6$  Wellenlängen oder ungefähr 1 m Entfernung von der Brennpunktlinie.

In (20) führen wir noch die neue Variable

$$(22) \quad u = \sqrt{\frac{k\varrho}{\pi}} \varphi_0$$



regelmäßige Schwankungen ausführen, welche bei Annäherung an die Brennnlinie in Intensität zunehmen. In der Brennnlinie selbst erreicht die Amplitude ihren Maximalwert, welcher bei dem hier gewählten Ansatz (23)  $2\alpha/\pi$  beträgt; die Phase hat sich bis dorthin im ganzen um  $\pi/4$  in anomaler Weise geändert. Hinter der Brennnlinie ist  $\varphi_0 = \pi$ , so daß dort für  $\mathfrak{P}_s$  die Formel:

$$(23') \quad \mathfrak{P}_s = \frac{2\alpha}{\pi} e^{ik\rho} \frac{1}{s} \int_0^s e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du$$

gilt. Für die Punkte auf der Achse hinter der Brennnlinie gilt also dieselbe Konstruktion wie oben, aber jetzt ausgeführt an dem oberen Zweig der Spirale in Fig. 2. Die beiden von  $O$  aus nach den Windungspunkten  $S$  und  $S'$  gezogenen Geraden bilden den Winkel  $\pi/2$  miteinander, welcher die totale anomale Phasenänderung, den sogenannten Phasensprung beim Durchgang durch eine Brennnlinie darstellt. Gegen unsere letzte Behauptung kann man den Einwand erheben, daß die zugrunde gelegte Darstellung ihrer Ableitung nach keine Gültigkeit mehr beanspruchen kann für Punkte in großer Entfernung vor oder hinter der Brennnlinie. Man kann sich indessen leicht überzeugen, daß auch die Ausrechnung der strengen Formel (12) für großes  $\varphi$  wieder auf (20) bzw. (23) zurückführt. (Vgl. die analoge Rechnung in § 4.)

Auch die Werte von  $\mathfrak{P}_s$  außerhalb der Achse kann man aus Fig. 2 entnehmen. Ersetzt man nämlich, jetzt bei beliebigem  $\varphi$  die Größe  $\cos(\varphi - \varphi_0)$  durch ihre Entwicklung

$$(25) \quad \cos(\varphi - \varphi_0) = \cos \varphi + \varphi_0 \sin \varphi - \varphi_0^2 \frac{\cos \varphi}{2} + \dots,$$

so erhält man zunächst

$$(26) \quad \mathfrak{P}_s = \frac{e^{ik\rho \cos \varphi}}{\pi} \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{-i\frac{k\rho}{2} \cos \varphi (\varphi_0^2 - 2\varphi_0 \operatorname{tg} \varphi)} d\varphi_0,$$

oder nach Multiplikation und Division mit

$$e^{i\frac{k\rho}{2} \cos \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi}$$

die Formel:

$$(26') \quad \mathfrak{P}_z = \frac{1}{\pi} e^{i k \varrho \cos \varphi (1 + 1/2 \operatorname{tg}^2 \varphi)} \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{-i \frac{k \varrho}{2} \cos \varphi (\varphi_0 - \operatorname{tg} \varphi)^2} d\varphi_0.$$

Führt man hier noch die neue Variable  $v$  ein durch den Ansatz:

$$v = \sqrt{\frac{k \varrho \cos \varphi}{\pi}} (\varphi_0 - \operatorname{tg} \varphi),$$

so kommt statt (26')

$$(27) \quad \mathfrak{P}_z = \frac{2\alpha}{\pi} e^{i k \varrho \cos \varphi (1 + 1/2 \operatorname{tg}^2 \varphi)} \frac{1}{s_2 - s_1} \int_{s_1}^{s_2} e^{-i \frac{\pi}{2} v^2} dv,$$

wo

$$(28) \quad s_2 = \sqrt{\frac{k \varrho \cos \varphi}{\pi}} (\alpha - \operatorname{tg} \varphi) \text{ und } s_1 = -\sqrt{\frac{k \varrho \cos \varphi}{\pi}} (\alpha + \operatorname{tg} \varphi).$$

Setzt man jetzt die Spirale fort, wie in Fig. 2 durch die gestrichelte Kurve angedeutet und rechnet die Bogenlängen stets vom Nullpunkt ausgehend positiv auf dem ausgezogenen und negativ auf dem gestrichelten Teil der Spirale, so werden den obigen zu irgend einem Werte von  $\varrho$  gehörigen Bogenlängen  $s_1$  und  $s_2$  zwei Punkte z. B.  $Q_1$  und  $Q_2$  entsprechen. Abgesehen vom Faktor

$$\frac{2\alpha}{\pi} e^{i k \varrho \cos \varphi (1 + 1/2 \operatorname{tg}^2 \varphi)}$$

ist dann  $\mathfrak{P}_z$  dargestellt durch  $\overline{Q_1 Q_2} / \overline{Q_1 Q_2}$  (in derselben Bezeichnungsweise, wie oben angewandt wurde), während die anomale Phasenänderung wieder gemessen wird durch den Winkel, den die Gerade  $Q_1 Q_2$  mit der Verbindungslinie  $OS$  von Nullpunkt und Windungspunkt macht. Besonders einfach wird noch das Verhalten von  $\mathfrak{P}_z$  in der Ebene, die durch die Brennpunktlinie senkrecht zur Achse des Bündels geht. Hier ist  $\varphi = \pi/2$  oder  $3(\pi/2)$ , so daß man in (25) statt  $\cos(\varphi - \varphi_0)$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0\right) = \sin \varphi_0 = \varphi_0$$

oder

$$\cos\left(3\frac{\pi}{2} - \varphi_0\right) = -\sin \varphi_0 = -\varphi_0$$

substituieren kann. Für  $\varphi = \pi/2$  erhält man dann:

$$(29) \quad \mathfrak{P}_z = \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{i k \varrho \varphi_0} d\varphi_0 = \frac{2}{\pi k \varrho} \sin k \varrho \alpha.$$

und für  $\varphi = 3\pi/2$  denselben Wert, da hier

$$\mathfrak{P}_z = \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{-i k \varrho \varphi_0} d\varphi_0 = \frac{2}{\pi k \varrho} \sin k \varrho \alpha.$$

Die Diskussion von (12) für große Werte von  $k \varrho$  erfolgt in der üblichen Weise<sup>1)</sup> und ergibt dann, daß innerhalb der geometrischen Begrenzung des Bündels  $\mathfrak{P}_z$  unendlich klein wird wie  $(k \varrho)^{-1/2}$ , während außerhalb dieser Begrenzung  $\mathfrak{P}_z$  sich verhält wie  $(k \varrho)^{-1}$ . Im Unendlichen ist also tatsächlich die Erregung auf die vorgeschriebenen Bereiche beschränkt. Schließlich erübrigt es noch von  $\mathfrak{P}_z$  aus den Übergang zu den Feldstärken selbst zu machen; dieses geschieht sofort auf Grund der Formeln (8) und (8'). Betrachten wir z. B. Wellen polarisiert in der Einfallsebene ( $\mathfrak{H}_z = 0$ ), so ist nach (8)  $\mathfrak{E}_z$  bis auf den Faktor  $k^2$  identisch mit  $\mathfrak{P}_z$ , die besprochene Konstruktion liefert also zugleich mit  $\mathfrak{P}_z$  auch  $\mathfrak{E}_z$ . Weiterhin erhält man für  $\mathfrak{H}_\varrho$  die strenge Formel:

$$(30) \quad \mathfrak{H}_\varrho = \frac{i k}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathfrak{P}_z = \frac{k^2}{\pi} \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{i k \varrho \cos(\varphi - \varphi_0)} \sin(\varphi - \varphi_0) d\varphi_0,$$

oder ausgewertet

$$(30') \quad \mathfrak{H}_\varrho = \frac{2 k}{\pi \varrho} e^{i k \varrho \cos \alpha \cos \varphi} \sin(k \varrho \sin \alpha \sin \varphi).$$

Für  $\mathfrak{H}_\varphi$  endlich folgt zunächst strenge:

$$(31) \quad \mathfrak{H}_\varphi = -i k \frac{\partial}{\partial \varrho} \mathfrak{P}_z = \frac{k^2}{\pi} \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{i k \varrho \cos(\varphi - \varphi_0)} \cos(\varphi - \varphi_0) d\varphi_0,$$

1) Vgl. für die Methode den nächsten § 4 oder auch P. Debye, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. 10. p. 745. 1908, sowie Physik. Zeitschr. 9. p. 777. 1905.



was aber für nicht zu große Öffnung des Bündels ( $\alpha$  klein) ersetzt werden kann durch

$$(31) \quad \mathfrak{S}_\varphi = \frac{k^2}{\pi} \cos \varphi \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{i k \varrho \cos(\varphi - \varphi_0)} d\varphi_0,$$

so daß demnach  $\mathfrak{S}_\varphi$  bis auf den Faktor  $\cos \varphi$  mit  $\mathfrak{E}_z$  identisch ist.

Definieren wir noch die Intensität an einer beliebigen Stelle durch den zeitlichen Mittelwert des Quadrates der elektrischen Amplitude, so können wir die Intensitätsverteilung in der Einfallsebene durch Anwendung der oben besprochenen Konstruktion finden. In dieser Weise wurden die Kurven 1, 2, 3 der nebenstehenden Fig. 3 gezeichnet<sup>1)</sup>, welche in einem be-

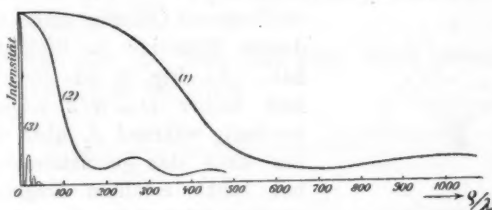


Fig. 3.

liebigen gewählten Maßstab die Intensitäten auf den zu  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \alpha$  und  $\varphi = \pi/2$  gehörigen Radien darstellen für ein Bündel mit der Öffnung  $2\alpha = 0,1$ . Mit Hilfe derselben kann man sich nun leicht ein Bild von dem Aussehen des „Lichtgebirges“ in der Umgebung der Brennpunkte machen.

Der zweite Fall von senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Wellen braucht keine weitere Diskussion, da nach (8') die zur Verwendung kommenden Formeln dieselben bleiben wie in eben besprochenem Fall. Auch kann man sich überzeugen, daß wenigstens für kleine Werte von  $\alpha$  die durch  $|\mathfrak{E}_z|^2$  definierte Intensitätsverteilung in beiden Fällen dieselbe ist.

1) Für die Cornusche Spirale wurde die Zeichnung benutzt aus R. W. Wood, Physical Optics, New-York 1905.

## § 4. Das räumliche Bündel.

Wir betrachten zunächst wieder irgend eine Komponente des Vektors  $\mathfrak{P}$ , z. B.  $\mathfrak{P}_x$ , welche dann durch (7') dargestellt wird und wollen zunächst diese Formel diskutieren für große Werte von  $kr = 2\pi r/\lambda$ . Wir führen dazu um die Richtung  $\vartheta, \omega$ , welche zum gerade betrachteten Aufpunkt gehört, neue Polarkoordinaten  $\vartheta_1, \omega_1$  ein und können dann, wenn der Aufpunkt zunächst innerhalb der geometrischen Begrenzung des Bündels gedacht wird, die Integration (7') in zwei Teile zerlegen, so daß

$$(32) \quad \mathfrak{P}_x = \frac{ik}{2\pi} (J_1 + J_2).$$

Hierbei bedeutet  $J_1$  das Integral  $\int e^{ikr \cos \gamma} d\Omega$  erstreckt über ein Segment Öffnungswinkel  $2(\alpha - \vartheta)$ , dessen Mittellinie die Richtung  $\vartheta, \omega$  hat. (In Fig. 4 ist der Einfachheit halber  $\omega = \pi/2$  angenommen worden), während  $J_2$  über den Rest des nach der geometrischen Optik mit Licht erfüllten Kugelsegments zu erstrecken ist. Das erste Integral  $J_1$  ist sofort ausgewertet, man erhält:

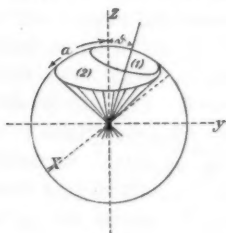


Fig. 4.

$$(33) \quad J_1 = 2\pi \int_0^{\alpha - \vartheta} e^{ikr \cos \vartheta_1} \sin \vartheta_1 d\vartheta_1 = \frac{2\pi}{ikr} (e^{ikr} - e^{ikr \cos(\alpha - \vartheta)}).$$

Das zweite Integral erfordert etwas mehr Überlegung; zunächst kann man schreiben:

$$(33') \quad J_2 = \int_{\vartheta_1 = \alpha - \vartheta}^{\vartheta_1 = \alpha + \vartheta} \int_{\omega_1 = -\omega_1^0}^{\omega_1 = +\omega_1^0} e^{ikr \cos \vartheta_1} \sin \vartheta_1 d\vartheta_1 d\omega_1,$$

wobei wir  $\omega_1$  von der Zeichenebene der Figur aus rechnen und  $\omega_1^0$  eine Funktion von  $\vartheta_1$  ist, die den Wert  $\omega_1$  angibt, gehörend zum Schnittpunkt der beiden Kreise  $\vartheta = \alpha$  und  $\vartheta_1 = \text{const.}$  Bedenkt man noch, daß das Endresultat ganz von  $\omega$

unabhängig ist, so kann man zur Berechnung von  $\omega_1^0$  auch direkt den Fall der Fig. 4 zugrunde legen. Für den Kreis  $\vartheta = \alpha$  gilt dann im neuen Koordinatensystem nach (6) die Formel:

$$\cos \alpha = \cos \vartheta_1 \cos (\alpha - \vartheta) + \sin \vartheta_1 \sin (\alpha - \vartheta) \cos \omega_1,$$

so daß wir das Azimut  $\omega_1^0$  des eben erwähnten Schnittpunktes finden aus der Formel:

$$(34) \quad \cos \omega_1^0 = \frac{\cos \alpha - \cos \vartheta_1 \cos (\alpha - \vartheta)}{\sin \vartheta_1 \sin (\alpha - \vartheta)}.$$

Statt (33') erhalten wir jetzt:

$$(35) \quad J_2 = 2 \int_{\vartheta_1 = \alpha - \vartheta}^{\vartheta_1 = \alpha + \vartheta} e^{i k r \cos \vartheta_1} \omega_1^0(\vartheta_1) \sin \vartheta_1 d\vartheta_1$$

und hiervon wird die erste Näherung durch partielle Integration gefunden in der Form

$$(36) \quad J_2 = \frac{2}{-i k r} \left[ \omega_1^0(\vartheta_1) e^{i k r \cos \vartheta_1} \right]_{\vartheta_1 = \alpha - \vartheta}^{\vartheta_1 = \alpha + \vartheta}.$$

Nun ist, wie aus (34) folgt, oder auch sofort aus der Figur ersichtlich ist  $\omega_1^0(\alpha - \vartheta) = \pi$  und  $\omega_1^0(\alpha + \vartheta) = 0$ , so daß

$$(36') \quad J_2 = \frac{2\pi}{i k r} e^{i k r \cos (\alpha - \vartheta)}$$

und wir nach (32) für  $\mathfrak{P}_z$  erhalten

$$(37) \quad \mathfrak{P}_z = \frac{e^{i k r}}{r} \quad \text{für } 0 < \vartheta < \alpha,$$

wie es sein soll.

Liegt der Aufpunkt außerhalb der geometrischen Begrenzung des Bündels, so tritt in (32) nur das Integral  $J_2$  auf. In diesem Falle ist indessen, wie aus der Fig. 4 ersichtlich,  $\omega_1^0 = 0$ , so daß man für  $J_2$  in derselben Näherung wie in Formel (36) den Wert Null erhält. In großer Entfernung ist also die Erregung auf den vorgeschriebenen Bereich beschränkt. In scheinbarem Widerspruch mit (37) steht das aus (7') für

den Spezialfall  $\vartheta = 0$  direkt für beliebige Werte von  $r$  folgende Resultat

$$(38) \quad \mathfrak{P}_x = \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr \cos \alpha}}{r}.$$

Führt man indessen die Berechnung von  $J_2$  um ein Glied weiter, wie in (36), so tritt in diesem Glied die Größe  $d\omega_1^0/d\vartheta_1$  auf, welche um so größer wird (vgl. Fig. 4) je näher die nach dem Aufpunkt hingezogene Richtung mit der Achse  $\vartheta = 0$  zusammenfällt. Für einen bestimmten Wert von  $kr$  kann also (37) nicht mehr als Näherung betrachtet werden in einem kleinen die Achse des Bündels umgebenden Winkelraum, dessen Öffnung übrigens um so kleiner wird, je größer  $kr$  ist. Für unendlich große Werte von  $kr$  ist also dennoch im Innern des Bündels überall (37) gültig, bis auf die eine singuläre Stelle  $\vartheta = 0$ . Befindet man sich hinter dem Brennpunkt auf der Achse, so ist  $\vartheta = \pi$  und man erhält da hier  $\gamma = \pi - \vartheta$  nach (7'):

$$(38') \quad \mathfrak{P}_x = - \left( \frac{e^{-ikr}}{r} - \frac{e^{-ikr \cos \alpha}}{r} \right).$$

Für sehr große Werte von  $kr$  gilt analog und im selben Sinne wie (37)

$$(37') \quad \mathfrak{P}_x = - \frac{e^{-ikr}}{r} \quad \text{für} \quad \pi - \alpha < \vartheta < \pi.$$

Das auftretende Minuszeichen repräsentiert den „Phasensprung“  $\pi$ .

Wir wollen jetzt noch einige Formeln angeben, die das Verhalten von  $\mathfrak{P}_x$  in der Umgebung des Brennpunktes charakterisieren. Dazu gehen wir von (7'') aus und integrieren zunächst nach  $\omega_0$ . Bekanntlich gilt die Formel:

$$J(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{ix \cos u} du,$$

wenn  $J(x)$  die gewöhnliche Besselsche Funktion nullter Ordnung bedeutet; statt (7'') können wir demnach auch schreiben:

$$(39) \quad \mathfrak{P}_x = ik \int_{\vartheta_0=0}^{\vartheta_0=\alpha} e^{ikr \cos \vartheta \cos \vartheta_0} J(kr \sin \vartheta \sin \vartheta_0) \sin \vartheta_0 d\vartheta_0,$$

Ein erster Weg zur Ausrechnung ergibt sich durch Reihenentwicklung der Besselschen Funktion; es ist nämlich

$$J(x) = 1 - \frac{x^2}{4} + \dots$$

durch Einsetzen dieser Reihe in (39) erhält man ohne weiteres die Näherungsformel

$$(40) \quad \mathfrak{B}_x = \frac{1}{r \cos \vartheta} \left\{ \Phi_1(\vartheta) - \frac{k^2 r^2 \sin^2 \vartheta}{4} \Phi_2(\vartheta) + \dots \right\},$$

wobei  $\Phi_1(\vartheta)$  und  $\Phi_2(\vartheta)$  Abkürzungen sind für die Funktionen

$$(41) \quad \begin{cases} \Phi_1(\vartheta) = e^{i k r \cos \vartheta} - e^{i k r \cos \alpha \cos \vartheta}, \\ \Phi_2(\vartheta) = -e^{i k r \cos \vartheta} \left( \frac{2i}{k r \cos \vartheta} - \frac{2}{k^2 r^2 \cos^2 \vartheta} \right) \\ \quad + e^{i k r \cos \alpha \cos \vartheta} \left( \frac{2i}{k r \cos \alpha \cos \vartheta} - \frac{2}{k^2 r^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \vartheta} \right). \end{cases}$$

Ein zweiter Weg geht von der Entwicklung der Exponentialfunktion aus und liefert das Resultat:

$$(42) \quad \mathfrak{B}_x = i k \frac{e^{i k r \cos \vartheta}}{k^2 r^2 \sin^2 \vartheta} \left[ \Psi_1(\vartheta) - i \frac{k r \cos \vartheta}{2} \Psi_2(\vartheta) + \dots \right],$$

wobei

$$(43) \quad \begin{cases} \Psi_1(\vartheta) = k r \alpha \sin \vartheta J_1(k r \alpha \sin \vartheta) \\ \text{und} \\ \Psi_2(\vartheta) = \frac{1}{k^2 r^2 \sin^2 \vartheta} [(k r \alpha \sin \vartheta)^3 - 4 k r \alpha \sin \vartheta] J_1(k r \alpha \sin \vartheta) \\ \quad + 2 (k r \alpha \sin \vartheta)^2 J(k r \alpha \sin \vartheta) \end{cases}$$

wenigstens dann, wenn man in (39) mit Rücksicht auf die Kleinheit von  $\alpha$  die Größen  $\cos \vartheta_0$  bzw.  $\sin \vartheta_0$  durch  $1 - \vartheta_0^2/2$  bzw.  $\vartheta_0$  ersetzt. Die bei der Berechnung von  $\Psi_1$  und  $\Psi_2$  auftretenden Integrale mit Besselschen Funktionen lassen sich unter Benutzung der dieselben definierende Differentialgleichung leicht mittels partieller Integration bestimmen.

Die beiden Formeln (40) und (42) ergänzen sich gegenseitig, die erste ist empfehlenswert für Punkte, bei denen die Größe  $k^2 r^2 \sin^2 \vartheta = k^2 (x^2 + y^2)$  nicht zu groß ist, die zweite gilt für Punkte in der Umgebung der „Brennebene“ für die  $k r \cos \vartheta = k z$  klein ist.

Es erübrigt jetzt noch den Übergang zu den Feldstärken zu machen; dieses geschieht auf Grund von (2) und (2') und zwar wird die Ausrechnung wohl am einfachsten, wenn man in  $x, y, z$  Koordinaten rechnet und bedenkt, daß der Exponent der Exponentialfunktion in (7') eine lineare Funktion dieser drei Koordinaten ist. Die Formeln (40) und (42) ergeben dann z. B. auf der Achse Erscheinungen analog zu denen auf der Achse des ebenen Bündels und in der Brennebene Beugungsringe, deren Intensitätsminima von der Intensität Null durch die Wurzeln der Besselschen Funktion definiert werden (vgl. (43)). Der Fall des natürlichen unpolarisierten Lichtes ergibt sich, wenn man den Vektor  $\mathfrak{P}$  Bewegungen nach allen Richtungen des Raumes beschreiben läßt, wobei diese Bewegungen langsam in bezug auf die Zeit einer Lichtschwingung und schnell in bezug auf die kleinsten möglichen Beobachtungszeiten erfolgen müssen.

§ 5. Verallgemeinerung für Bündel, welche nicht in einem einzelnen Punkt (bzw. einer einzelnen Linie) konvergieren.

Der z. B. bei nicht völlig korrigierten Linsen verwirklichte Fall solcher Bündel, welche geometrisch gesprochen in Brennflächen statt in einem Punkte konvergieren, kann auch durch Ausdrücke beschrieben werden, welche ganz analog wie (7) gebildet sind. Zur Erläuterung des Verfahrens möge noch der Wert von  $\mathfrak{P} = \mathfrak{P}_z$  angegeben werden für ein ebenes Bündel, das in einer Brennnlinie konvergiert, wobei der leichteren Übersicht wegen noch angenommen wird, daß letztere in bezug auf die Achse des Bündels symmetrisch ist. Die Form der Brennnlinie wird aber sonst ganz beliebig gelassen. Für  $\mathfrak{P}$  gilt dann in größerer Entfernung vor der Brennnlinie

$$(44) \quad \mathfrak{P} = \sqrt{\frac{2}{\pi k \varrho'}} e^{-i \frac{\pi}{4}} e^{i k (\varrho' + s)}$$

innerhalb des mit Licht erfüllten Winkelraumes. Hier bedeutet  $\varrho'$  den Abstand des gerade betrachteten Punktes vom zugehörigen, d. h. durch einen Lichtstrahl mit ihm verbundenen Punkte der Brennnlinie,  $s$  ist die Bogenlänge der letzteren von ihrer auf der Achse gelegenen Spitze aus gemessen. Die Form

des Phasenfaktors<sup>1)</sup>  $e^{ik(\varrho' + s)}$  wird dadurch bedingt, daß die Linien  $\varrho' + s = \text{const.}$  als Evoluten der Brennnlinie die Linien konstanter Phase, d. h. im zweidimensionalen Fall die Wellenfläche bilden — alles natürlich vom Standpunkte der geometrischen Optik aus, den wir für unendlich entfernte Aufpunkte unbedenklich einnehmen dürfen.

In gleicher Weise wie in § 1 folgt jetzt für  $\mathfrak{P}$  die in der ganzen Ebene geltende Darstellung

$$(45) \quad \pi \mathfrak{P} = \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{ik\varrho' \cos(\varphi' - \varphi_0)} e^{iks} d\varphi_0.$$

Die Größe  $\varphi_0$  bedeutet hier den Winkel, den die Tangente in einem beliebigen Punkte der Brennnlinie mit der Achse macht, während  $\varrho'$  und  $\varphi'$  Polarkoordinaten um diesen Punkt sind, wobei  $\varphi' = 0$  die Parallele zur Achse des Bündels darstellt. Wegen des willkürlichen Zusammenhanges von  $s$  und  $\varphi_0$  enthält unsere Formel noch eine völlig willkürliche Funktion, die einer beliebigen Form entweder der Brennnlinie oder der Wellenfläche in unendlicher Entfernung angepaßt werden kann. Daß überdies (45) eine strenge Lösung unserer Grundgleichung (1') darstellt, sieht man sofort, wenn man  $\varrho'$  und  $\varphi'$  durch Cartesische Koordinaten um den jeweiligen Nullpunkt ersetzt, so daß

$$\varrho' \cos(\varphi' - \varphi_0) = (x - \xi) \cos \varphi_0 + (y - \eta) \sin \varphi_0.$$

Die Größen  $\xi$  und  $\eta$  sind ebenso wie  $s$  Funktionen der Integrationsvariablen  $\varphi_0$ <sup>2)</sup> und bedeuten die rechtwinkligen Koordinaten eines Punktes der Brennnlinie in einem festen Cartesischen Koordinatensystem  $x, y$ , dessen Nullpunkt mit der Spitze der Brennnlinie zusammenfallen mag. Die so statt (45) erhaltene Darstellung für  $\mathfrak{P}$  ist für die Diskussion am be-

1) Der Faktor  $\sqrt{\frac{2}{\pi k}} e^{-i\frac{\pi}{4}}$  wurde nur hinzugefügt, um die Analogie mit den Formeln des § 1 ganz zu wahren; der Amplitudenfaktor  $\varrho^{-1/2}$  ist der für Zylinderwellen charakteristische.

2) Man kann  $\xi$  und  $\eta$  definieren durch die Formeln

$$\xi = \int_0^s \cos \varphi_0 ds \quad \text{und} \quad \eta = \int_0^s \sin \varphi_0 ds.$$

quemsten; sie gestattet wieder eine geometrische Interpretation mittels der Cornuschen Spirale, wenn noch die Größen  $\xi(\varphi_0)$ ,  $\eta(\varphi_0)$  und  $s(\varphi_0)$  durch die ersten Glieder ihrer Entwicklungen nach  $\varphi_0$  ersetzt werden.

Für räumliche Bündel erhält man eine zu (45) analoge Formel, welche indessen zwei beliebige Funktionen enthält und dementsprechend die Anpassung an vorgegebenen Brennpunkten gestattet. Weiteres zu den in diesem Paragraphen behandelten Fragen wird von anderer Seite näher ausgeführt werden.

München, Institut für theor. Physik.

(Eingegangen 9. Oktober 1909.)



6. *Über die quantitative Gültigkeit des Ladungsgesetzes für Dielektrika;  
von Alfred Coehn und U. Raydt.<sup>1)</sup>*

(Aus den Nachrichten der Kgl. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen,  
31. Juli 1909.)

Für die Elektrizitätserregung bei der Berührung verschiedener Dielektrika hat der eine von uns den Satz aufgestellt: *Stoffe von höherer Dielektrizitätskonstante laden sich positiv bei der Berührung mit Stoffen von niedriger Dielektrizitätskonstante.*<sup>2)</sup> Zur Prüfung diene das vorhandene Material aus der älteren Literatur. Es wurde ergänzt, nachdem als geeignete Methode zur Untersuchung die elektroosmotische Überführung von Flüssigkeiten in Kapillaren erkannt war: die Wanderungsrichtung der Flüssigkeiten zeigte deren Ladungsinn gegen die feste Wand.<sup>3)</sup> Der Satz, angewendet auf schlechtleitende Stoffe, für die allein er ausgesprochen war, wurde in weitem Umfange als zutreffend erwiesen.

In der genannten Arbeit findet sich der Hinweis, daß dem Ladungsgesetz nicht nur eine qualitative, sondern auch eine quantitative Bedeutung zukäme. Treibt man nämlich durch elektroosmotische Überführung eine Flüssigkeit in einer Kapillarröhre in die Höhe, so tritt durch die Gegenwirkung der Schwere ein stationärer Zustand ein. Die diesem entsprechende maximale Steighöhe, bis zu welcher verschiedene Flüssigkeiten durch die gleiche elektromotorische Kraft emporgetrieben werden, muß (unter Berücksichtigung des spezifischen Gewichtes) abhängig sein von der Potentialdifferenz zwischen der Kapillarwand und der Flüssigkeit. Die quantitative Gültig-

1) Vgl. die demnächst erscheinende Dissertation von U. Raydt, Göttingen 1909.

2) A. Coehn, Wied. Ann. 64. p. 217. 1898.

3) Vgl. meine (C.) Zusammenstellung über Elektroosmose und Strömungsströme in dem Kapitel „Elektrochemie“ in Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik. 10. Aufl. 1909.

keit des Ladungsgesetzes würde fordern, daß die Aufladungen verschiedener Flüssigkeiten gegen die Kapillare und damit also die Steighöhen in derselben Kapillare bestimmt sind durch die Dielektrizitätskonstanten der sich berührenden Stoffe. Es wurde in jener Arbeit angedeutet, daß in einigen Zahlen, welche Tereschin ohne Vermutung eines solchen Zusammenhanges für die elektroosmotischen Steighöhen von Wasser, Methylalkohol und Äthylalkohol gegeben hatte, die vermutete Gesetzmäßigkeit sich zeigte. Die Durchführung der quantitativen Prüfung bildet den Gegenstand der vorliegenden Untersuchung.

Es stehen dafür zwei Wege zu Gebote. Entweder man sucht in der angegebenen Weise die maximale Steighöhe auf, bis zu welcher verschiedene Flüssigkeiten durch dieselbe elektromotorische Kraft in der gleichen Kapillare getrieben werden oder man benutzt das inverse Phänomen und mißt die elektromotorische Kraft der Strömungsströme, welche sich ausbilden, wenn die Flüssigkeiten mit gleichem hydrostatischem Druck durch dieselbe Kapillare getrieben werden.

Beide Wege wurden eingeschlagen und erwiesen sich als gangbar. Die vorliegende Untersuchung wurde auf dem ersten Wege durchgeführt, nachdem es gelungen war, eine Anordnung aufzufinden, welche bei einfacher Handhabung zuverlässig reproduzierbare Resultate ergab.

#### Versuchsanordnung.

##### A. Zu stellende Anforderungen.

Den wesentlichsten Bestandteil der Anordnung bildet die „Überführungskapillare“. Für diese kommen die folgenden Forderungen in Betracht:

a) *Die Steighöhe soll möglichst genau festzustellen, also groß sein.* Der Zusammenhang zwischen der Steighöhe  $h$ , der Länge  $l$  und dem Radius der Kapillare  $R$  ist gegeben durch:

1.  $h$  ist unabhängig von  $l$ ,

2.  $h$  ist proportional  $\frac{1}{R^2}$ .

Beide Erkenntnisse, deren Gültigkeit geprüft bzw. nachgeprüft wurde, liegen bereits in den Messungen von Quincke; die erste kommt aber darin nicht zum Ausdruck.

Die Kapillare wäre hiernach möglichst eng zu wählen.

b) Die Zeit bis zur Einstellung soll kurz sein. Für die Einstellungszeit  $T$  wurde in besonderen Versuchen gefunden:

3.  $T$  ist proportional  $l$ ,

4.  $T$  ist proportional  $\frac{1}{R^4}$ .

Mit dem Vorteil des Anwachsens der Steighöhe durch die Wahl engerer Kapillaren ist also der Nachteil viel stärkeren Anwachsens der Einstellungszeit verbunden. Diesem Nachteil kann zum Teil (nach b, 3.) durch Verkürzung der Kapillare begegnet werden und in gesteigertem Maße dadurch, daß sehr enge und sehr kurze Kapillaren in großer Anzahl nebeneinander geschaltet werden.

Von diesen Erwägungen ausgehend wurden in den ersten Versuchen nicht Einzelkapillaren, sondern sehr dünne und feinporige Diaphragmen aus Pukallmasse von der Königlichen Porzellanmanufaktur in Berlin verwendet.<sup>1)</sup>

c) Die Steighöhen für verschiedene Flüssigkeiten müssen sicher reproduzierbar sein. Dazu erforderlich ist die Möglichkeit vollkommener Reinigung beim Übergange von einer Flüssigkeit zur anderen. Diese aber bot bei den Pukalldiaphragmen Schwierigkeiten. Zudem war hier die Kontrolle, ob eine Anzahl der feinen Poren verstopft oder sonst verändert war, schwer ausführbar. Da aber in sicherer Reproduzierbarkeit der Werte die Hauptforderung für die Durchführung der Untersuchung bestand, so wurde zu ihren Gunsten auf die Vorteile, welche die Pukallzellen boten, verzichtet und die leichter zu reinigende und zu kontrollierende Einzelkapillare aus Glas verwendet.

Bei der Wahl der Dimensionen wurde auf kurze Steigzeit Gewicht gelegt: Die benutzten Kapillaren waren nur etwa 5 mm lang, der Radius betrug 0,274 bis herab zu 0,065 mm. Damit aber war die Steighöhe so herabgesetzt, daß mikroskopische Ablesung erforderlich wurde. Es betrug z. B. die

1) Diese Versuche habe ich in Gemeinschaft mit Hrn. Dr. Ezio Paribelli ausgeführt; seine Abreise nötigte ihn, die Arbeit abzubrechen. Ich möchte nicht unterlassen, Hrn. Dr. Paribelli für die Sorgsamkeit zu danken, mit der er in kurzer Zeit diesen Teil der Arbeit förderte. C.

Steighöhe für Wasser in dem definitiven Apparat bei einem Radius der Überführungskapillare von 0,118 mm für eine Spannung von 880 Volt 3,63 mm. Die Ablesung geschah mit einem Okularmikrometer, in welchem 55 Skt. auf 1 mm kamen.

An die ziemlich dickwandigen Kapillaren wurden weitere Glasröhren, in welche Platindrähte eingeschmolzen waren, angesetzt. Um bezüglich der Dimensionen der Kapillare definierte Verhältnisse zu haben, erwies es sich als nötig, die Ansatzstellen nicht mit dem üblichen konischen Verlauf, sondern so scharf zu machen, daß der Durchmesser der Kapillare dort sich nicht änderte, was durch Verwendung sehr dünnwandiger Außenröhren ziemlich sicher gelang, wie die mikroskopische Prüfung zeigte.

Die eine der weiteren Ansatzröhren konnte man wieder in eine Kapillare, die „Beobachtungskapillare“ auslaufen lassen, in welcher das Ansteigen verfolgt wurde. Beschickt man nun einen solchen Apparat, welcher im Prinzip ungefähr dem von Quincke benutzten Steigapparat entsprechen würde, mit verschiedenen Flüssigkeiten, so zeigt sich, daß nach angelegter Spannung die Gestalt und damit bei den kleinen Steighöhen die Einstellung des Meniskus in der Beobachtungskapillare auch von der Oberflächenspannung der Flüssigkeit abhängt. Es war also noch die weitere Forderung zu erfüllen, daß *beim Wechseln der Flüssigkeit in der Überführungskapillare die Beobachtungskapillare immer mit derselben Flüssigkeit beschickt werden kann.*

#### B. Die definitive Anordnung.

Die Fig. 1 gibt ein Bild der endgültigen Anordnung.  $K_1$  ist die Überführungskapillare, in welche die zu untersuchenden Flüssigkeiten gebracht werden.  $K_2$  die Beobachtungskapillare, welche immer dieselbe Flüssigkeit enthält. In den meisten Versuchsreihen wurde dazu Methylalkohol benutzt. Beide Flüssigkeiten sind getrennt durch eine Quecksilbermasse in einem so weiten U-Rohr, daß dadurch die Steighöhe nicht erheblich vermindert wurde. Der Durchmesser der Beobachtungskapillare  $K_2$  betrug 1 mm, der des U-Rohres am Quecksilberspiegel 20 mm. Die Querschnitte verhalten sich also wie 1:400; dementsprechend die Verschiebung des Quecksilber-

meniskus zu dem Meniskus in der Beobachtungskapillare wie 1:200. Unter Beobachtung der spezifischen Gewichte beträgt also die Herabsetzung der Steighöhe durch das Quecksilber noch nicht 10 Proz.

Von der Biegung führt nach oben ein Rohr  $r$ . Es dient dazu, Quecksilber nachzufüllen oder herauszusaugen, um dadurch den Meniskus in der Kapillare  $K_2$  an eine für die Beobachtung bequeme Stelle bringen zu können.

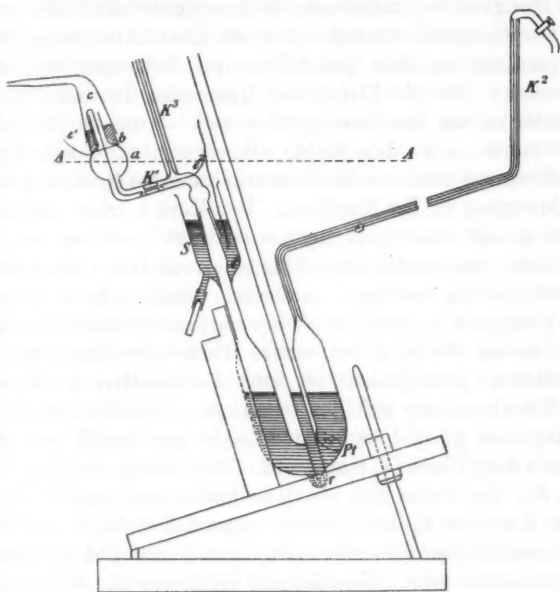


Fig. 1.

Beim Hin- und Herdrücken der Flüssigkeit kam es vor, daß die Glaswand benetzt wurde und daß dann ein Kriechen der Flüssigkeit zwischen Glaswand und Quecksilber erfolgte, was sich in fortdauernder rascher Eigenbewegung des Meniskus zeigte. Dies wurde dadurch vollkommen verhindert, daß in das U-Rohr ein durchlochtetes Platinblech  $Pt$  eingeschmolzen und sodann elektrolytisch amalgamiert wurde: an dem vom Quecksilber benetzten Blech ist ein Kriechen der Flüssigkeit

ausgeschlossen. (Bei den späteren Versuchen wurde das U-Rohr so lang gemacht, daß auch ohne das eingeschmolzene Platinblech bei der Bewegung keine Benetzung der Wand eintrat.)

Die eine (rechte) Seite des U-Rohres verjüngt sich zu einer Glasröhre von ca. 3 mm Weite, die an ihrem Ende die Beobachtungskapillare  $K_2$  von 1 mm Durchmesser trägt. Um diese während längerer Pausen benetzt und damit den Meniskus gut beweglich zu erhalten, dient der Hahn, bis zu welchem die Flüssigkeit im Ruhezustande hinaufgedrückt wird.

Der Hauptteil des Apparates, die Überführungskapillare  $K_1$  wird mittels des mit Quecksilber zu dichtenden Schliffes  $S$  aufgesetzt. Die als Elektroden dienenden Platindrähte sind bis nahe an die Kapillare geführt und — um ein Eindringen zu verhüten — an den Enden umgebogen. Die kugelförmige Erweiterung  $a$  dient zur Konstanterhaltung des Niveaus während der Bewegung in der Kapillare. Der Kork  $b$  trägt einen Glasansatz  $c$ , der das Eindringen von Staub verhüten soll und außerdem ermöglicht, die Flüssigkeit mittels Gummigebläse hin und her zu bewegen. Außerdem klemmt dieser Kork die eine Elektrode  $e_1$  fest, die andere,  $e_2$ , ist eingeschmolzen.

Um die Füllung des linken Teiles des Apparates ohne Luftblase zu ermöglichen, ist noch die Kapillare  $K_3$  angesetzt. Man drückt aus der gefüllten Glaskugel  $a$  die Flüssigkeit durch die Kapillare  $K_1$  und kann dann leicht den Schliff  $S$  so drehen, daß alle Luft durch  $K_3$  entweicht. Noch einem anderen Zweck dient  $K_3$ . Es erwies sich oft als wünschenswert, die Flüssigkeit in der Kapillare  $K_1$  zu erneuern, ohne daß dadurch das immerhin umständliche Auseinandernehmen und Zusammensetzen nötig gewesen wäre. Das ist mit Hilfe von  $K_3$  ohne weiteres ausführbar. Man schließt den Hahn an der Beobachtungskapillare, drückt und läßt die Flüssigkeit durch  $K_3$  ausfließen.

Freilich wird durch das Anbringen von  $K_3$  die Steigzeit etwas vergrößert, da jetzt die Überführungskapillare  $K_1$  auf zwei Steigkapillaren,  $K_2$  und  $K_3$ , zu arbeiten hat. Der Durchmesser von  $K_3$  konnte aber so gewählt werden (0,4 mm), daß diese Zunahme der Steigzeit auf ca. 10 Proz. beschränkt blieb.

Der ganze Apparat wurde in sicherer Aufstellung in einen großen Thermostaten gesetzt, dessen Wasserspiegel in der Figur durch die Linie  $AA$  angedeutet ist.

Für die Reinigung der (aus Jena von Arno Haak bezogenen) Kapillaren wurde nach zahlreichen ungünstigen Erfahrungen mit den von Quincke<sup>1)</sup>, Clark<sup>2)</sup>, Dorn<sup>3)</sup> und anderen angewandten Methoden als die einfachste und am sichersten zum Ziel führende ein längeres energisches Ausdampfen erkannt. Es scheint, daß die von den anderen Autoren verwendeten starken Säuren sich nicht vollständig von den Wänden entfernen lassen. Der auf den Schliff bei *S* aufzusetzende Teil des Apparates wurde mit dem durch einen Kork gesteckten Ansatzstück der Kugel *a* auf einem Dampfkessel befestigt und einige Stunden kräftig ausgedampft; es konnte dabei mit solchem Überdruck gearbeitet werden, daß auch durch enge Kapillaren der Dampf mit großer Geschwindigkeit hindurchströmte. Bei Nichtbenutzung wurde die so gereinigte Kapillare stets mit Wasser oder Aceton benetzt gehalten.

Die an die Elektroden  $e_1$  und  $e_2$  gelegte Spannung war in den meisten Fällen die Gesamtspannung des städtischen Netzes von 440 Volt. Sie wurde bestimmt mit einem Voltmeter, dessen Fehlergrenze 0,5 Proz. betrug. Der isoliert aufgestellte Thermostat selbst wurde mit Hilfe des in die Quecksilberdichtung hinabreichenden Platindrahtes  $e_3$  auf das Potential der Elektrode  $e_2$  geladen. Das war notwendig, da sonst der Thermostat das Potential der Erde, also gegen  $e_2$  die Spannung  $\pm 220$  Volt gehabt hätte. Diese Spannung hätte an den Enden des Schliffs gelegen und sie würde durch ihn wie durch ein System feinsten Kapillaren die Flüssigkeit elektroosmotisch getrieben haben. Wie der Versuch zeigte, würde die dadurch herbeigeführte Steighöhe die von der viel weiteren „Überführungskapillare“ hervorgerufene völlig überdeckt haben.

Endlich konnte noch die Stromstärke zwischen den Elektroden gemessen werden mit Hilfe eines ebenfalls nebst der Zuleitung isoliert angebrachten d'Arsonval-Spiegelgalvanometers von der Empfindlichkeit  $10^{-8}$  Amp./mm.

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 113. p. 513. 1861.

2) W. Clark, Wied. Ann. 2. p. 335. 1877.

3) E. Dorn, Wied. Ann. 5. p. 20. 1878; 8. p. 119. 1879; 9. p. 513. 1880; 10. p. 56. 1880; 12. p. 149. 1881.

Bei den Versuchen wurde die Spannung von 440 Volt kommutiert, also die zu 880 Volt gehörige Steighöhe bestimmt. Dieses Verfahren hatte außer der Vergrößerung der Ablesungsgenauigkeit noch den Vorteil, daß damit der Einfluß einer durch Temperaturänderung herbeigeführten Eigenbewegung des Meniskus eliminiert wurde. Erfolgt das Kommutieren und das Ablesen der Steighöhe in gleichen Zeitintervallen, so muß bei gleichmäßiger Eigenbewegung deren bald sich addierender, bald subtrahierender Betrag konstant und damit der Mittelwert aus den beiden Ablesungen gleich sein.

Ein Beispiel mit besonders starker Eigenbewegung sei angeführt, um die *sämtlichen* Versuchen gemeinsame Form der Beobachtungsaufnahme zu zeigen.

Einstellung auf Skt.	$\Delta$ in Skt.	$\Delta_{\text{Mittel}}$	Angelegte Spannung	$h$ Steighöhe für 880 Volt	
80	60,5		440		Flüssigkeit: Aceton.  Jede Minute abgelesen und kommutiert
19,5	58,0	59,25	440		
77,5	60,0	59,0	438		
17,5	58,0	59,0	438		
75,5	60,5	59,25	438		
15,0	58,0	59,25	440	59,25	
73,0	61,0	59,0	440		
12,0	57,5	59,25			
69,5					

Man erkennt in der zweiten Reihe  $\Delta_{\text{Mittel}}$  das gleichmäßige Schwanken um einen Mittelwert, der in der dritten Reihe gut übereinstimmende Werte gibt.

Der Apparat wurde mit Aceton geeicht. Bestimmend dafür war, daß Aceton sich als besonders unempfindlich gegen unkontrollierbare Verunreinigungen erwies, daß es bei seiner kleinen inneren Reibung sich rasch einstellte, daß es einen ziemlich hohen Steigwert gab, endlich, daß es sich mit allen untersuchten Flüssigkeiten gut mischte und so ein bequemes und leicht zugängliches Mittel zum Entfernen der letzten Spuren jener Flüssigkeiten gab. Nach der Festlegung des Wertes für Aceton wurden Kugel und Schliff mit der neuen



zu untersuchenden Flüssigkeit ausgespült, dann die Kugel vollgefüllt und durch langsames Hindurchfließenlassen durch die Kapillare erreicht, daß auch hier die neue Flüssigkeit die alte mit Vollständigkeit verdrängte. Vorteilhaft erwies sich dabei häufig eine Unterstützung des Fließens durch Anlegen einer Spannung. Nachdem die Steighöhe für die neue Flüssigkeit gemessen war, wurde in allen Fällen wieder die Eichflüssigkeit eingefüllt und noch einmal der Wert für Aceton geprüft. Stimmten die einschließenden Werte untereinander nicht innerhalb der Fehlergrenzen, so war die Kapillare nicht in Ordnung. Sie wurde am Schliff *S* herausgenommen, ausgedampft, wenn nötig, wurde eine neue eingeschmolzen. Das bequeme Verfahren des Einschließens aller Werte in zwei solche für Aceton erlaubte, drei gleiche auf den Schliff *S* aufgepaßte Teile abwechselnd zu benutzen, ohne daß die Kapillaren genau gleich waren.

Die gemessenen Werte (in Skalenteilen der Mikrometerskala; 55 Skt. = 1 mm) wurden verglichen mit denjenigen, welche man bei exakter Gültigkeit des Ladungsgesetzes erhalten mußte. Die Steighöhe ist ein Maß für die Potentialdifferenz der sich berührenden Stoffe und diese soll bestimmt sein durch deren Dielektrizitätskonstanten. Es müssen also hier die Steighöhen  $h$  für verschiedene Flüssigkeiten proportional sein der Differenz der Dielektrizitätskonstanten  $D$  von Flüssigkeit und Glas:

$$\frac{h_{\text{Eichfl.}}}{h_{\text{Eichfl.}}} = \frac{D_{\text{Eichfl.}} - D_{\text{Glas}}}{D_{\text{Eichfl.}} - D_{\text{Glas}}}.$$

Als Standardwert, auf den alle Angaben bezogen wurden, wurde derjenige für den Stoff mit der höchsten Dielektrizitätskonstante, Wasser, gewählt; auch aus dem Grunde, weil hier die Angaben der verschiedenen Autoren für die Dielektrizitätskonstante nur wenig um den Mittelwert schwanken. Als das Verhältnis der Steighöhen von Aceton zu Wasser, welches sehr sorgfältig festgelegt wurde, ergab sich 60:210, so daß sich die Steighöhe des Wassers aus der des Acetons berechnet

$$h_{\text{Wasser}} = \frac{h_{\text{Aceton}} \cdot 210}{60}.$$

Die zuverlässigsten Angaben für die Dielektrizitätskonstante des Wassers dürften sein: Cohn 80, Tereschin 83,7, Heer-

wagen 80,8, Franke 81,8, Nernst 80, Ratz 80,9, Turner 81,07, Smale 80.<sup>1)</sup>

Als Mittelwert daraus ergibt sich  $D = 81,0$ . Der Wert für das zu den Kapillaren benutzte Glas wurde nach der Nernstschen Methode mit Hilfe des von Starke<sup>2)</sup> verwendeten Kunstgriffes zu 6,0 gefunden.

Aus dem Wert der Steighöhe für eine Flüssigkeit und demjenigen für Aceton mit derselben Kapillare berechnet sich also die Dielektrizitätskonstante für die Flüssigkeit:

$$\frac{h_{\text{Aceton}} \cdot 210}{60} : h_x = (81,0 - 6,0) : (D_x - 6,0),$$

$$D_x = \frac{h_x \cdot 75,60}{h_{\text{Aceton}} \cdot 210} + 6,0.$$

#### Die untersuchten Flüssigkeiten.

Näher untersucht wurden vierundzwanzig Flüssigkeiten. Bei ihrer Auswahl wurde Gewicht darauf gelegt, daß solche von möglichst verschiedener chemischer Natur herangezogen wurden, ferner, daß ihre Dielektrizitätskonstanten sich über das ganze in Betracht kommende Gebiet von 2—81 verteilten. Im übrigen waren die zufälligen Eigenschaften des Preises und der leichten Beschaffbarkeit bestimmend.

Untersucht wurden Wasser, Alkohole, Aldehyde, Ketone, Ester, Nitroverbindungen, Kohlenwasserstoffe u. a.

Die Stoffe wurden zumeist von Kahlbaum bezogen, durch Destillation und zum Teil durch Ausfrieren gereinigt. Es kam vor, daß Stoffe ungereinigt falsche Werte für die Steighöhen, ja sogar falsche (d. h. nicht der Dielektrizitätskonstante entsprechende) Ladungsrichtung gaben. Wurden bei diesen durch Destillieren und Ausfrieren die den Dielektrizitätskonstanten entsprechenden Werte für die Steighöhen erhalten, so gab Fortsetzung der Reinigungsverfahren keine Änderung mehr. Die zum Vergleich herangezogenen Bestimmungen der Dielektrizitätskonstanten von anderen Forschern sind den folgenden, in der Tabelle nur mit der Nummer bezeichneten Arbeiten entnommen.

1) Vgl. A. Winkelmann, Handb. IV. 1. p. 144.

2) H. Starke, Wied. Ann. 60. p. 641. 1897.

1. S. J. Tereschin, Wied. Ann. **36**. p. 792. 1889.
2. H. Landolt u. H. Jahn, Zeitschr. f. phys. Chem. **10**. p. 282. 1892.
3. W. Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. **14**. p. 286. 1894.
4. C. B. Thwing, Zeitschr. f. phys. Chem. **14**. p. 286. 1894.
5. P. Drude, Wied. Ann. **59**. p. 61. 1896; Zeitschr. f. phys. Chem. **23**. p. 267. 1897.
6. R. Abegg, Wied. Ann. **60**. p. 54. 1897.
7. F. Löwe, Wied. Ann. **66**. p. 390. 1898.
8. R. Abegg u. W. Seitz, Zeitschr. f. phys. Chem. **29**. p. 491. 1899.
9. H. H. Turner, Zeitschr. f. phys. Chem. **35**. p. 385. 1900.
10. H. Schlundt, Journ. Chem. Phys. **5**. p. 157 u. 503. 1901.

Zu einzelnen Stoffen in der Tabelle ist noch folgendes zu bemerken.

*Aceton.* Drude (5) mißt für  $\lambda = 38$  cm,  $D = 22,0$ ;  $\lambda = 74$  cm,  $D = 20,9$ ;  $\lambda = 200$  cm,  $D = 20,6$ . Er nimmt normale Dispersion an und extrapoliert für  $\lambda = \infty$ ,  $D = 17,0$ . Ganz andere Werte findet Abegg (6) in seinen Untersuchungen über den Temperaturkoeffizienten von  $D$  bei Aceton. Die Versuche sind mit der Nernstschen Anordnung, also für unendlich lange Wellen ausgeführt. Abeggs sehr exakte Messungen ergaben für  $D = 26,5$ . Die Wiederholung der Abeggschen Versuche gab in mehreren Versuchsreihen Werte, die zwischen 24,5 und 28 lagen. Der Wert von Abegg wurde demgemäß in die Tabelle aufgenommen. Aus der Steighöhe des Acetons berechnet sich unter Zugrundelegung von  $D$ -Wasser = 81,  $D = 27,5$ .

In der Tabelle ist angedeutet, daß auch bei anderen Ketonen der Wert für  $\lambda_{\infty}$  vermutlich etwas höher ist, als ihn die aufgeführten Arbeiten annehmen.

*Acetonitril.* Der hier von Schlundt bei  $\lambda = 84$  cm bestimmte Wert ist sicher nicht als der für  $\lambda_{\infty}$  anzunehmen und liegt jedenfalls höher.

*Nitroverbindungen.* Es wurden untersucht Nitrobenzol, o-Nitrotoluol, Nitromethan, Nitroäthan. Die Nitroverbindungen unterscheiden sich in auffälliger Weise von allen übrigen Flüssigkeiten dadurch, daß sie nur in frischem Zustande den richtigen Ladungssinn zeigen; bei längerem Stehen kehrt sich nach und nach der Richtungssinn um. Am beständigsten von den untersuchten ist Nitrobenzol, o-Nitrotoluol zeigt bei längerer Untersuchung ein starkes Abnehmen der Steighöhe, Nitroäthan

und besonders Nitromethan sind nur ganz frisch zur Messung zu verwenden.<sup>1)</sup> Zu bemerken ist, daß die eintretende Veränderung nicht mit einer Änderung der Leitfähigkeit verknüpft ist.

Beim Nitrobenzol gelang durch mehrmaliges Destillieren und Ausfrieren in der von Turner(9) angegebenen Weise die Reinigung so weit, daß es genau den seiner Dielektrizitätskonstante entsprechenden Wert der Steighöhe gab. Eine Fortsetzung der Reinigungsversuche änderte daran nichts mehr.

Bei den anderen Nitrokörpern gelang die Reinigung nicht so weit. Die frisch destillierten Stoffe, insbesondere Nitromethan, änderten sich während des Versuches.

Dagegen ließ sich bei Mischungen von Nitromethan mit anderen Stoffen konstante Einstellung der Steighöhe erhalten, woraus sich — wie in einem folgenden Abschnitt gezeigt wird — Werte für die Steighöhe der reinen Stoffe ableiten lassen.

*i-Butylalkohol.* Bei den höheren Alkoholen litten die Versuche unter der erforderlichen langen Steigzeit. Es ließ sich zeigen, daß diese genau proportional der inneren Reibung der Stoffe ist. In einer Kapillare, in welcher Aceton sich in einer halben Minute einstellte, brauchte daher *i*-Butylalkohol über 6 Min. zur Einstellung.

*Benzol.* Bei reinem Benzol konnte überhaupt keine Bewegung in der Kapillare wahrgenommen werden. Mit Hilfe des bereits in der früheren Arbeit (Wied. Ann. 64) benutzten Kunstgriffs konnte nach dem Schütteln des Benzols mit Salzsäure eine Bewegung erhalten werden. Wie gezeigt werden wird, fälscht eine *geringe* Leitfähigkeit die Werte für die Steighöhen nicht. Das mit Salzsäure geschüttelte Benzol ergab die aus der Dielektrizitätskonstante des Benzols berechnete Steighöhe.

Weitere Angaben über die einzelnen Flüssigkeiten finden sich in der Dissertation von U. Raydt.

---

1) Vgl. hierzu J. Billitzer, Wien. Sitzungsber. 113, p. 870. 1904. Der von ihm bei Nitromethan und Nitroäthan gefundene umgekehrte Ladungssinn läßt also auf mangelnde Reinheit der Präparate schließen.

Nr.	Flüssigkeit	I	II	III	IV	V	VI
		Beobachtete Steighöhe	Steighöhe von Aceton in derselben Kapillare	Berechnete Steighöhe für Aceton = 60 (Wasser = 210)	Aus der Steighöhe berechnete D.-K. (Wasser = 81)	Anderweitig bestimmte D.-K.	Literatur zu V
1	Wasser	+ 210	60	+ 210	81	81	(vgl. p. 785)
2	Nitromethan	> + 83	71	> + 70	> 31	> 56 *	4, 10
3	Nitrobenzol	+ 85,5	58	+ 88,5	37,6	37,2	5, 9
4	Acetonitril	+ 102	57	+ 106	43,6	36,4 *	10
5	Methylalkohol	+ 81,5	61,3	+ 80	34,5	34	2, 8
6	Nitroäthan	+ 13,2	21	+ 37,75	13,5	> 29 *	10
7	o-Nitrotoluol	+ 49	58	+ 51	24,2	27 *	4, 9
8	Aceton	+ 60	60	+ 60	27,5	26,5	6, (5)
9	Acetylaceton	+ 20	21	+ 57	26,5	26	5
10	Äthylalkohol	+ 59,8	61,3	+ 58	26,6	25,5	1, 2, 3, 9
11	Propylalkohol	+ 48	60,25	+ 48	23,2	22,4	1, 2, 8
12	i-Butylalkohol	+ 29,5	60,25	+ 29,5	16,5	18,75	2, 9
13	Acetophenon	+ 13	21	+ 37	19,2	18,6	4, 9
14	Methyläthylketon	+ 35,5	56	+ 38	19,6	> 18,4	4, 5
15	Äthylnitrat	+ 12,5	21,5	+ 35	18,6	< 17,7	4, 5, 10
16	Methylpropylketon	+ 12,8	22,5	+ 34	18,2	> 16,75	4, 5
17	Benzaldehyd	+ 19	60	+ 19	12,8	14	4, 5
18	Pyridin	+ 5	21	+ 14,4	11,3	12,4	10
19	Äthylenchlorid	+ 11	57	+ 11,6	10,2	11,1	2, 9
20	Methylacetat	+ 9,5	60	+ 9,5	9,4	8,0	1, 2, 7
21	Anilin	+ 8,7	67	+ 7,8	8,8	> 7,3	5, 9
22	Chloroform	- 1,8	65	- 1,67	6,4	5,18	8, 9
23	Äthylbromid	- 2,8	57	- 2,95	4,95	4,87	9
24	Benzol	- 9,8	66	- 8,9	2,8	2,4	2, 3, 9

In der vorstehenden Tabelle sind unter I und II die mit derselben Überführungskapillare beobachteten Steighöhen für die genannte Flüssigkeit und für Aceton angegeben. Da mit der Überführungskapillare öfter gewechselt wurde, so sind unter III die unmittelbar beobachteten Werte (I) für eine Kapillare umgerechnet worden, in welcher Aceton die Steighöhe 60 (Wasser also 210) gab. Unter IV stehen die aus den Steighöhen nach der Formel p. 786 berechneten Dielektrizitätskonstanten. V bringt die von anderen Forschern gemessenen Dielektrizitätskonstanten und VI die Literatur, welcher diese Werte entnommen sind. Die abweichenden Werte für die Nitrokörper, welche oben näher erläutert worden sind, sind durch Sterne hervorgehoben. Ebenso Acetonitril.

Das nachfolgende Diagramm, Fig. 2, stellt das Ergebnis graphisch dar.

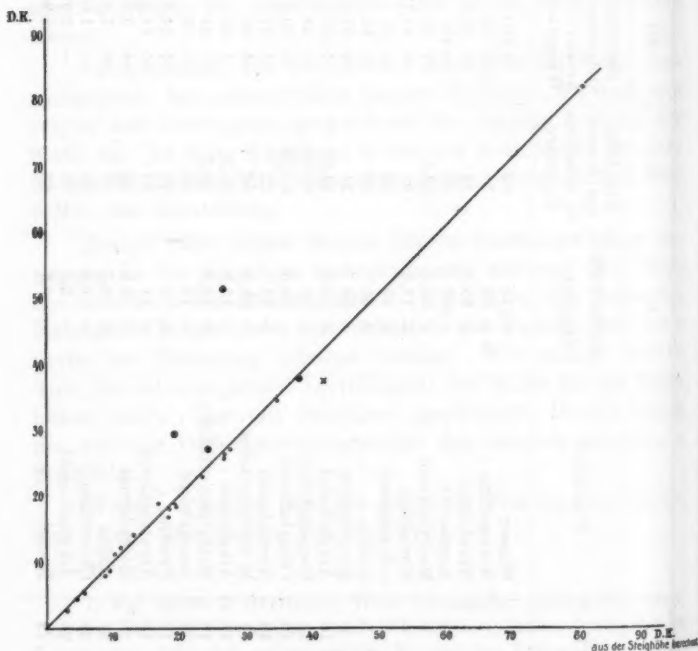


Fig. 2.

Als Abszisse ist die aus den Steighöhen berechnete Dielektrizitätskonstante, als Ordinate die von anderen Forschern bestimmte aufgetragen. Die Punkte müssen also bei quantitativer Gültigkeit des Ladungsgesetzes auf der ausgezogenen Normallinie liegen. Die Werte für die Nitrokörper sind durch kleine Kreise, Acetonitril durch ein Kreuz hervorgehoben.

#### Untersuchung von Flüssigkeitsgemischen.

Die von Drude<sup>1)</sup> und von Philipp<sup>2)</sup> gemessenen Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeitsgemischen zeigen allgemein einen regelmäßigen Übergang von dem Werte der einen zu dem der anderen Flüssigkeit. Der Verlauf stellt sich allerdings nicht in einer geraden Linie sondern in einer leicht gekrümmten Kurve dar, mag man die Zusammensetzung nach Volum-, Gewichts- oder Molekülprozenten berechnen.

Im Einklang damit stehen die Ergebnisse, welche für die Steighöhen von Flüssigkeitsgemischen erhalten wurden. Die Reihenfolge, in welcher die Mischungen untersucht wurden, ist die in den Tabellen angegebene; die Versuche schließen sich auf diese Weise gegenseitig ein.

#### Aceton-Benzol.

Nr.	Volumprozent Aceton	$n_{880}$
1	90 Proz.	54,5
2	80	45
3	50	21,25
4	100	64
5	30	11,25
6	20	7,1
7	10	4,3
8	60	31
9	70	36

1) P. Drude, Zeitschr. f. phys. Chem. 23. p. 267. 1897.

2) J. C. Philipp, Zeitschr. f. phys. Chem. 24. p. 18. 1897.

## Aceton-Methylacetat.

Nr.	Volumprozent Aceton	$h_{880}$
1	80 Proz.	46
2	60	35
3	40	27
4	20	19
5	0	8,8
6	10	13
7	30	22
8	100	60
9	50	30
10	70	40
11	90	51
12	100	60,5

Benutzt wurde dieser regelmäßige Verlauf der Mischungskurven zur zuverlässigeren Bestimmung der Steighöhe für

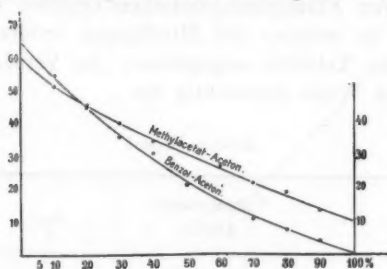


Fig. 3.

reines Nitromethan in der Erwartung, daß die bei dem Körper besprochenen Schwankungen in größerer Verdünnung zurücktreten würden. Tatsächlich war die Konstanz einer 50 proz. Mischung mit Aceton eine bedeutend bessere als bei reinem Nitromethan. Für die Steighöhe ergab sich 77, bei reinem Aceton 71. Nimmt man linearen Verlauf der Mischungskurve an, so würde sich für reines Nitromethan der Wert 83 ergeben, bei Annahme eines Verlaufes der Kurve wie für Aceton-Benzol oder Aceton-Methylacetat würde man für Nitromethan einen Wert  $h > 83$  extrapolieren.



## Einfluß der Leitfähigkeit.

Die im vorstehenden erwiesene Gesetzmäßigkeit gilt für die Stoffe als Dielektrika. Diese Eigenschaft kann überdeckt werden durch vorhandene galvanische Leitfähigkeit. Bei den üblichen Methoden zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante bedarf es besonderer Maßregeln, um den Einfluß der Leitfähigkeit auszuschalten. Es erscheint von vornherein klar, daß bei der hier beschriebenen Methode, welche die Wirkung einer konstanten und gleichgerichteten elektromotorischen Kraft mißt, dieser Einfluß sich stark geltend machen muß.

Der Einfluß gelöster Elektrolyte auf die elektroosmotische Überführung und auf Strömungsströme soll in einer besonderen Mitteilung behandelt werden. Als wesentliches Resultat mag hier bereits angegeben sein, daß die Wirkung verschiedener Elektrolyte *nicht* nach Maßgabe ihrer Leitfähigkeit erfolgt, sondern daß die Ionen spezifische, von ihrer Natur abhängige Wirkungen haben. An dieser Stelle kommt lediglich die Frage in Betracht, in welchen Grenzen die in der Tabelle mitgeteilten Werte durch Leitfähigkeit der untersuchten Substanzen beeinflusst sein können.

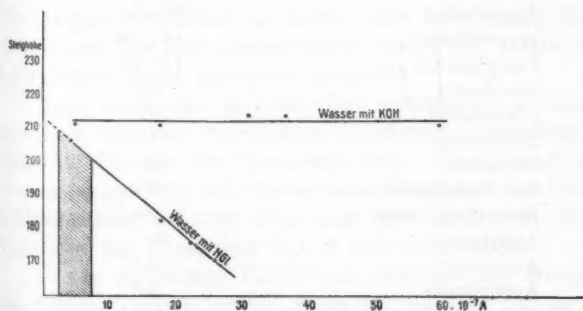


Fig. 4.

Geprüft wurde dieser Einfluß beim Wasser als derjenigen Substanz, bei welcher infolge ihres starken Dissoziationsvermögens Spuren von Elektrolyten die größten Leitfähigkeitsänderungen hervorbringen. Dem Wasser wurde Salzsäure in wachsenden Mengen zugesetzt und die Steighöhe genau wie

vorher untersucht. Gleichzeitig wurde die Stromstärke — wie p. 783 angegeben — gemessen. Man sieht an dem Diagramm Fig. 4, daß die Steighöhe genau proportional mit wachsender Stromstärke abnimmt.

Daß hier aber nicht die Leitfähigkeit allein wirksam ist, sondern auch die individuelle Natur der Ionen in Betracht kommt, zeigen die Versuche, bei welchen Kalilauge dem Wasser in solchen Mengen zugesetzt wurde, daß die Leitfähigkeit in denselben Grenzen sich änderte wie bei Salzsäure. Man erkennt aus dem Diagramm das sehr merkwürdig erscheinende Resultat, daß Kalilauge in den kleinen Mengen, welche hier angewendet wurden, die Steighöhe nahezu unverändert läßt.

Bei *allen* Versuchen, deren Zusammenfassung die Tabelle p. 789 gibt, war auch die Stromstärke gemessen worden. Folgendes sind die Resultate. Für jeden Stoff ist die Stromstärke

Flüssigkeit	Stromstärke
Wasser . . . . .	4,0—7,0
Aceton . . . . .	2,0—3,0
Methylalkohol . . . . .	5,0—6,0
Äthylalkohol . . . . .	3,0—5,0
Propylalkohol . . . . .	1,5—2,5
i-Butylalkohol . . . . .	1,5—3,0
Nitrobenzol . . . . .	5,0
o-Nitrotoluol . . . . .	2,5
Nitromethan . . . . .	5,0
Nitroäthan . . . . .	50
Methyläthylketon . . . . .	4,5
Methylpropylketon . . . . .	3,5
Acetylaceton . . . . .	30
Acetonitril . . . . .	8,0
Acetophenon . . . . .	2,0
Methylacetat . . . . .	2,0
Benzol (mit HCl) . . . . .	15,0
Anilin . . . . .	5,0
Äthylenchlorid . . . . .	3,0
Äthylenbromid . . . . .	1,5—2,5
Chloroform . . . . .	1,5
Benzaldehyd . . . . .	3,0
Äthylnitrat . . . . .	2,0

für 440 Volt in  $10^{-7}$  Amp. angegeben. Die Werte sind entweder mit Kapillaren gleicher Dimensionen erhalten oder auf solche umgerechnet, so daß die Stromstärke ein Maß für die Leitfähigkeit des Körpers gibt. Die spezifische Leitfähigkeit ist ungefähr durch Multiplikation mit 3 zu erhalten.

Das Gebiet, in welches die Stromstärken fast aller Stoffe fallen, ist in dem Diagramm Fig. 4 gestrichelt gezeichnet.

Man sieht, daß in diesem Gebiete die Steighöhen für Wasser von 207 auf 202 sinken. Nimmt man nun den ungünstigen Fall an, daß alle Flüssigkeiten in diesem Gebiete gleich starke Änderung erfahren, wie Wasser bei Zusatz von Salzsäure, so würde sich der Fehler der in der Tabelle mitgeteilten Werte um  $\pm 1,25$  Proz. ergeben. Man erkennt, daß das Hauptergebnis dadurch nicht berührt wird.

#### Über den Einfluß von Verunreinigungen.

Es bleibt die Frage offen, worauf die Unregelmäßigkeiten zurückzuführen sind, die sich bei den Nitrokörpern, zuweilen auch bei einigen Alkoholen zeigen.

Ein Zusammenhang mit Änderungen der Leitfähigkeit besteht nicht. Denn selbst in den extremen Fällen, wenn die Nitrokörper nach längerem Stehen oder nach einiger Zeit des Gebrauches ihre Bewegungsrichtung umkehrten, zeigte sich die Leitfähigkeit nicht wesentlich geändert.

Aber auch eine mit der Zeit entstehende nichtleitende und sich mit dem Nitrokörper mischende Verbindung kann nicht die Ursache des Verhaltens sein. Der Einfluß solcher Beimengungen läßt sich, wenn deren Menge und ihre Dielektrizitätskonstante bekannt sind, aus dem annähernd additiven Verhalten von Gemischen (vgl. p. 791) vorhersagen.

Die in der kurzen Versuchszeit entstandenen Mengen des die Störung verursachenden Stoffs können aber nur so gering sein, daß ihr chemischer Nachweis kaum gelingen dürfte. Zudem zeigt auch die nach der Nernstschen Methode ausgeführte Messung der Dielektrizitätskonstante solcher anomal sich verhaltender, einige Zeit aufbewahrter Nitrokörper keine erhebliche Änderung (vgl. Turner, l. c.). Man kommt so auf die Vermutung, daß der entstandene, das anomale Verhalten herbeiführende Stoff ein solcher ist, der die Oberflächenspannung

stark erniedrigt, mithin sich in der Oberfläche anreichert; in unserer Versuchsanordnung also an der für die Erscheinung ausschlaggebenden Stelle, zwischen der reinen Flüssigkeit und der Glaswand sich befindet.

Bemerkt sei noch, daß das Versagen der Nitrokörper sich allmählich einstellt. Bei der anderen hier in Betracht kommenden Körpergruppe, den Alkoholen, tritt die Anomalie viel seltener ein, dann aber plötzlich ohne vorhergehende Anzeichen. Der verunreinigende Stoff scheint hier von der Wand der Kapillare festgehalten zu werden: die mit solchem anomal gewordenen Alkohol behandelte Kapillare gab auch mit anderen Flüssigkeiten falsche und inkonstante Werte und mußte erst wieder frisch ausgedampft werden, um wie vorher zu funktionieren.

Quincke<sup>1)</sup> hat bereits bei seinen elektroosmotischen Versuchen einen Äthylalkohol gefunden, der aus unerklärten Gründen die umgekehrte Wanderungsrichtung als andere zeigte. Ähnlich hat Lenard<sup>2)</sup>, als er die Erscheinungen der Wasserfallelektrizität mit verschiedenen Flüssigkeiten nachahmte, bei Alkohol zuweilen eine plötzliche Umkehr des Ladungssinnes erhalten.

Einen Fingerzeig zur Aufklärung scheinen die Versuche von Faraday über die Dampfstrahlelektrismaschine zu geben, die übrigens qualitativ sich ganz aus dem hier besprochenen Gesetz erklären. Er fand, daß die geringsten Beimengungen von Fett den Ladungssinn des Wassers umkehren und deutet das sehr einleuchtend damit, daß die Wasserkügelchen von einer Fetthaut umgeben seien, so daß an dem festen Stoff des Ausströmungsrohres sich nicht mehr Wasser sondern das — eben die umgekehrte Ladung ergebende — Fett reibt.

In dieser Richtung ist vielleicht der Weg zur Aufklärung des plötzlich eintretenden anomalen Verhaltens zu suchen. Allerdings haben vorläufige Versuche, zu welchen wir Wasser mit Öl, Äther, Petroleum schüttelten und dann untersuchten, keine Umkehr des Ladungssinnes bewirkt.

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 113. p. 513. 1861.

2) P. Lenard, Wied. Ann. 49. p. 584. 1892.

### Über den Einfluß der Temperatur.

Die quantitative Gültigkeit des Ladungsgesetzes, welche an einer Reihe möglichst *verschiedener* Stoffe erwiesen worden ist, erhält eine weitere Stütze durch Heranziehung der Änderungen, welche bei *demselben* Stoff die verglichenen Größen — Steighöhe und Dielektrizitätskonstante — mit der Temperatur erfahren.

Die Dielektrizitätskonstante von Flüssigkeiten hat einen starken negativen Temperaturkoeffizienten. Hängt also die Potentialdifferenz bei der Berührung verschiedener Flüssigkeiten mit einem festen Stoff in der ausgeführten Art mit der Dielektrizitätskonstante zusammen, so ist zu erwarten, daß die Messung dieser Potentialdifferenzen — mittels der diesen proportionalen Steighöhen — ein gleiches starkes Sinken mit zunehmender Temperatur ergibt.

Die Untersuchung wurde an zwei Flüssigkeiten, Aceton und Wasser, ausgeführt.

Bei Aceton gelang dies ohne Schwierigkeit, indem der Thermostat, in welchem der Apparat Fig. 1 bis zur Linie *AA* stand, auf die verschiedenen Temperaturen eingestellt wurde. Die Messungen sind, damit sie sich gegenseitig einschließen, in der angegebenen Reihenfolge ausgeführt worden.

<i>T</i>	<i>n</i> <sub>890</sub>
13°	79,3
20,5°	77,5
26,5	76,25
34,6	74,4
25,6	76,75
21,5	77,8

Trägt man (Fig. 5) die Temperaturen als Abszissen und die erhaltenen Steighöhen als Ordinaten auf und zieht eine Gerade derart, daß sie den in der

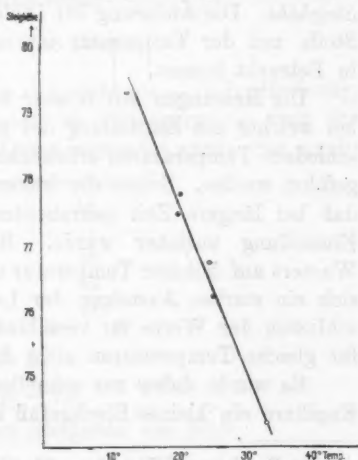


Fig. 5.

Mitte stehenden Wert ( $34,6^\circ$ ;  $h = 74,4$ ) schneidet, so ergibt sich für

$$dt = 10^\circ$$

$$dh = -2,3,$$

daraus:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{2,3 \cdot 100}{10 \cdot 77} = -0,3 \text{ Proz.}$$

Messungen über die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante des Acetons von der Temperatur sind von Abegg<sup>1)</sup> ausgeführt worden. Er erhält für das Temperaturintervall von  $18,8^\circ$  bis  $-43^\circ$

$$\frac{dD}{dt} = -0,086$$

und bei noch tieferer Temperatur  $-0,090$ . Entnimmt man aus seinen Messungen als mittleren Wert für das erste Intervall  $D = 27,6$  und für das zweite  $D = 32,4$ , so berechnen sich die beiden Temperaturkoeffizienten zu

$$\frac{dD}{dt} = -0,31 \text{ Proz.} \quad \text{und} \quad \frac{dD}{dt} = -0,28 \text{ Proz.}$$

*Der Temperaturkoeffizient der Dielektrizitätskonstante steht also in guter Übereinstimmung mit dem Temperaturkoeffizienten der Steighöhe. Die Änderung der Dielektrizitätskonstante des festen Stoffs mit der Temperatur ist so klein<sup>2)</sup>, daß sie hier nicht in Betracht kommt.*

Die Messungen mit Wasser konnten in dieser Anordnung, bei welcher die Einstellung des großen Thermostaten auf verschiedene Temperaturen erhebliche Zeit erforderte, nicht durchgeführt werden. Schon die früheren Versuche hatten ergeben, daß bei längere Zeit gebrauchtem Wasser die Konstanz der Einstellung unsicher wurde. Bei längerem Verweilen des Wassers auf höherer Temperatur innerhalb der Kapillare zeigte sich ein starkes Ansteigen der Leitfähigkeit, so daß ein Einschließen der Werte für verschiedene Temperaturen in solche für gleiche Temperaturen nicht durchführbar war.

Es wurde daher zur schnellen Temperaturänderung in der Kapillare ein kleines Blechgefäß kurz hinter der Biegung ober-

1) R. Abegg, Wied. Ann. 60. p. 56. 1891.

2) Vgl. Cassie, Proc. Roy. Soc. 48. p. 357. 1889.

halb des Schließes, wie in der Fig. 6 durch eine gestrichelte Linie angedeutet ist, angekittet. Es wurden jedesmal drei Messungen bei zwei verschiedenen Temperaturen ausgeführt, bei 0°, bei 20—30°, dann wieder bei 0°. Bei der hier möglichen schnellen Ausführung der Messungen war die Zunahme der Leitfähigkeit nur gering. Es ergab sich:

$t$	$h_{800}$
0°	81,6
28	72,8
0	80,5

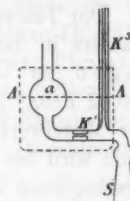


Fig. 6.  
Teil von Fig. 1.

Nimmt man aus den Werten für 0° das Mittel, so erhält man für

$$dt = 28^{\circ}$$

$$dh = -8,25.$$

Die mittlere Steighöhe ist 76,9, also

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{8,25 \cdot 100}{28 \cdot 76,9} = -0,385 \text{ Proz.}$$

Eine andere Messungsreihe ergab

$$\frac{dh}{dt} = -0,36 \text{ Proz.}$$

Die Verhältnisse änderten sich nicht als — in der Hoffnung, die Leitfähigkeitszunahme noch zu verringern — statt der Glaskapillare eine solche aus Quarz verwendet wurde. Sie ergab:

$t$	$h_{800}$
0°	60
33	52
3	58

also für

$$dt = 31,$$

$$dh = -7,0.$$

Hieraus für eine mittlere Steighöhe von 56,5

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{7,0 \cdot 100}{31 \cdot 56,5} = -0,405 \text{ Proz.}$$

Eine andere Messungsreihe ergab

$$\frac{dh}{dt} = -0,44 \text{ Proz.}$$

Der Temperaturkoeffizient der Dielektrizitätskonstante des Wassers in der Nähe von  $17^\circ$  ist gefunden worden von Heerwagen zu  $-0,443$  Proz., Franke  $-0,62$  Proz., Ratz  $-0,62$  Proz., Drude  $-0,45$  Proz., Coolidge  $-0,432$  Proz.<sup>1)</sup> Der Mittelwert liegt etwas höher als der von uns gefundene. Doch wird bei der angegebenen Methode zur Herstellung der verschiedenen Temperaturen das Temperaturintervall jedenfalls zu groß angenommen. Da die Flüssigkeit nur von der Kapillare bis in die Kugel hinein auf die verschiedenen Temperaturen gebracht wird, so tritt beim Abkühlen ein Strömen zu den tiefer gelegenen, auf Zimmertemperatur befindlichen Flüssigkeitsschichten — und umgekehrt — ein; so kommt es, daß die Temperatur in der Kapillare höher bleibt, als der Temperatur des kleinen Bades entspricht. Bei Annahme eines kleineren Temperaturintervalles würde der Wert für  $dh/dt$  dem absoluten Werte nach größer und damit die Übereinstimmung auch beim Wasser eine noch bessere werden.

#### Zur Deutung des Ladungsgesetzes.

Weder aus den Faradayschen Anschauungen noch aus den Maxwellschen Gleichungen ergibt sich die in dem Ladungsgesetz zum Ausdruck gelangende Beziehung. In dem Begriff der Dielektrizitätskonstante ist nichts enthalten, was auf das Vorzeichen bei der Ladung durch Berührung der Dielektrika hinwies.

Von der zur Gewinnung einer Deutung erforderlichen Arbeit kann zunächst nur der negierende Teil geleistet werden, indem gezeigt wird, daß einige scheinbar naheliegende Möglichkeiten zur Lösung der Aufgabe ungeeignet sind.

Eine Beziehung zu der Nernst-Thomsenschen Regel<sup>2)</sup>, nach welcher Stoffe von hoher Dielektrizitätskonstante solche von stark dissoziierender Kraft sind, besteht jedenfalls nicht.

1) Zusammenstellung nach A. Winkelmanns Handbuch 4. p. 232.

2) W. Nernst, Gött. Nachr. Nr. 12. 1893; J. J. Thomsen, Phil. Mag. 36. p. 320. 1893.



Diese Regel trifft in weitem Umfange zu, hat aber auch Ausnahmen und es wurden eigens, um das etwaige Bestehen einer Beziehung zu prüfen, solche Verbindungen untersucht, welche zwar eine hohe Dielektrizitätskonstante aber keine ihr entsprechende dissoziierende Kraft haben, wie Nitrobenzol ( $D=37,2$ ). Das Ergebnis war, daß Ausnahmen von der Nernst-Thomson'schen Regel keine solche für das Ladungsgesetz bilden. Das Verhalten der Dielektrika ist hier nicht von ihrer dissoziierenden Kraft, sondern lediglich von der Größe der Dielektrizitätskonstanten bestimmt.

Weiter war die Möglichkeit einer ungleichen Verteilung von Ionen zwischen den sich berührenden Stoffen zu erwägen, sei es, daß diese Ionen von einer der Substanzen selbst oder von einer etwa der festen Substanz adhärierenden Feuchtigkeitsschicht herrühren.

Damit aber erscheint die Tatsache nicht vereinbar, daß Stoffe von gleicher Dielektrizitätskonstante sich unabhängig von ihrer chemischen Natur gleich verhalten, wie das für die Flüssigkeiten ohne weiteres aus den mitgeteilten Ergebnissen hervorgeht.

Daß auch die festen Dielektrika hier weder als Ionenbildner noch als Lösungsmittel für Ionen in Betracht kommen, ist schon den früheren Versuchen (Wied. Ann. 64) über die Kataphorese suspendierter fester Dielektrika zu entnehmen; es wurde jetzt noch dadurch erwiesen, daß als Kapillaren Stoffe von gänzlich verschiedener chemischer Beschaffenheit, aber annähernd gleicher Dielektrizitätskonstante untersucht wurden.

Statt der Glaskapillare wurde eine solche aus geschmolzenem Quarz verwendet. Sie wurde im Gebläse aus einem weiteren Rohr gezogen und ein gleichmäßiges Stück von 6 mm Länge und 0,24 mm Durchmesser wurde mit Paraffin an der Stelle eingekittet, an welcher sich vorher die Glaskapillare befunden hatte. Das Verhältnis der Steighöhen für Wasser und Aceton betrug 60 : 19 Skalenteile. Die Dielektrizitätskonstante des Quarzes ist von Fellingner<sup>1)</sup> bestimmt

|| optische Achse 5,05,

⊥ optische Achse 4,7.

1) R. Fellingner, Ann. d. Phys. 7. p. 333. 1902.

Nimmt man an, daß der Wert für geschmolzenen Quarz in demselben Gebiete liegt, so berechnet sich aus dem Verhältnis der Steighöhen für Wasser und Aceton die Dielektrizitätskonstante des Acetons zu 24,1 (statt 26,5) für Wasser = 81.

Weiter fanden sich die Steighöhen des Wassers in Quarz- und Glaskapillaren von annähernd gleichen Dimensionen nahezu gleich. Die Quarzkapillare von  $R = 0,24$  mm gab 60 und eine Glaskapillare von  $R = 0,23$  mm gab als Steighöhe 57. Man erkennt also, daß das Verhalten von Quarz und Glas durch die annähernde Gleichheit ihrer Dielektrizitätskonstanten unabhängig von der starken Verschiedenheit ihrer chemischen Beschaffenheit bestimmt ist.

Um den Beweis noch zwingender zu gestalten, gelangte eine Kapillare aus Diamant zur Verwendung, aus einem Stoff also, der sicherlich nicht als Ionenbildner, aber auch wohl nicht als Lösungsmittel für Ionen in Betracht kommen kann. Der Radius der benutzten Diamantkapillare<sup>1)</sup> betrug 0,145 mm, die Länge ca. 2 mm. Die Diamante wurden in gleicher Weise wie die Quarzkapillaren mit Paraffin befestigt. Bei der erforderlichen etwas diffizilen Behandlung wurden nur einige Messungen mehr qualitativer Natur ausgeführt. Diese ergaben, daß Wasser ( $D = 81$ ), Aceton ( $D = 26,5$ ), Methyläthylketon ( $D = > 18,4$ ) und Methylacetat ( $D = 8,0$ ) sich gegen Diamant positiv laden. Das Verhältnis der Steighöhen entsprach ungefähr dem bei Glas gefundenen. Chloroform ( $D = 5,18$ ) zeigte schwache negative Aufladung. Die Dielektrizitätskonstante des Diamant muß hiernach zwischen 5,18 und 8,0 liegen.

Es wurde eine Bestimmung der Dielektrizitätskonstante des Diamant mit Hilfe der Nernstschen Methode unter Benutzung des von Starke<sup>2)</sup> verwendeten Kunstgriffes in Aceton-Benzolgemischen ausgeführt. Die Messung ergab  $D = 6,5 - 6,7$ .<sup>3)</sup>

1) Dr. Schmidmer & Co. in Nürnberg-Schweinau stellen solche durchbohrte Diamanten zum Ziehen von Drähten und als Preßdüsen für die Metallfadenlampen-Fabrikation her. Für die freundliche Überlassung durchbohrter Diamanten sei Hrn. Dr. Schmidmer auch hier bestens gedankt.

2) H. Starke, Wied. Ann. 60. p. 641. 1897.

3) Hrn. Juwelier Knauer in Göttingen möchten wir auch an dieser Stelle herzlich danken, daß er das erforderliche größere Volumen von Diamanten in liebenswürdiger Bereitwilligkeit zur Verfügung gestellt hat.

Einem Werte  $7 > D > 6$  entsprechen aber die gefundenen Steighöhen, so daß also auch das Verhalten des Diamant mit dem Ladungsgesetz in Einklang steht.

Wenn aber die sich berührenden Dielektrika nicht als Ionenbildner und nicht als Lösungsmittel für Ionen in Betracht kommen, so dürfte es schwer halten, das Ladungsgesetz auf Grund von Ionenphänomenen zu deuten. Die Ladungen, welche durch Anwesenheit von elektrolytischen Ionen zustande kommen, haben — wie bereits in der früheren Veröffentlichung (Wied. Ann. 64) betont wurde — anscheinend nichts mit dem „Ladungsgesetz für Dielektrika“ zu tun; so wenig wie die dielektrische Leitfähigkeit eines Lösungsmittels mit der durch gelöste Ionen erzeugten, ihr parallel geschalteten galvanischen Leitfähigkeit. Die Theorie der Berührungselektrizität wird für die Strömungs- und die Verschiebungselektrizität oder, um die Boltzmannsche Bezeichnung zu brauchen, für den Galvanismus und den Guerickismus eine verschiedene sein müssen. An die Stelle der von Nernst gegebenen Grundlagen, die das Problem in jenem ersten Gebiete weitgehend erledigen, haben für das zweite Gebiet andere zu treten.

Auch vom Standpunkte der Elektronentheorie scheint ohne Einführung einer neuen Hypothese eine Deutung nicht möglich. Es wäre die Annahme zu machen, daß Stoffe von hoher Dielektrizitätskonstante solche sind, welche negative Elektronen leicht abgeben, während Stoffe von kleiner Dielektrizitätskonstante sie leicht aufnehmen; diese Eigenschaft müßte quantitativ durch die Größe der Dielektrizitätskonstanten bestimmt sein. Es wäre zu prüfen, ob diese ad hoc gemachte Hypothese auf andere Weise als berechtigt zu erweisen ist, etwa mit Hilfe des photoelektrischen Effektes.

#### Zusammenfassung.

1. Es wurde in einer eingehend beschriebenen Versuchsanordnung quantitativ die elektrische Aufladung von 24 einheitlichen Flüssigkeiten bei der Berührung mit einem festen Stoff untersucht. Als Maß für die Aufladung galt die mit Hilfe der elektrischen Überführung erhaltene Steighöhe. Es wurde so festgestellt, daß die elektrische Aufladung proportional

der Differenz der Dielektrizitätskonstanten der sich berührenden Stoffe ist.

2. Die Bestimmung der Abhängigkeit der Steighöhe von der Leitfähigkeit und der Vergleich der Leitfähigkeiten der untersuchten Flüssigkeiten zeigte, daß dieser Einfluß keine Fälschung der Resultate verursacht.

3. Die Steighöhen von Flüssigkeitsgemischen zeigten einen den Dielektrizitätskonstanten entsprechenden regelmäßigen Verlauf zwischen den Werten für die Steighöhen der reinen Komponenten.

4. Die Bestimmung des Temperaturkoeffizienten der Steighöhe ergab Werte, die mit den von anderen Forschern erhaltenen Temperaturkoeffizienten der Dielektrizitätskonstanten der betreffenden Flüssigkeiten übereinstimmen.

Es lautet demnach das früher aufgestellte Ladungsgesetz für Dielektrika in erweiterter Form: *Bei der Berührung der Dielektrika ladet sich der Stoff mit höherer Dielektrizitätskonstante positiv gegen den Stoff mit niederer Dielektrizitätskonstante. Die entstehende Potentialdifferenz ist proportional der Differenz der Dielektrizitätskonstanten der sich berührenden Stoffe.*

Göttingen, Institut für physik. Chemie, Juli 1909.

(Eingegangen 15. Oktober 1909.)

7. *Über die Fortpflanzung des Lichtes in einem bewegten Dielektrikum;*  
von A. Scheye.

§ 1. Der Energiestrom.

Für ein parallel der  $x$ -Achse des Systems  $k(x, y, z, t)$  mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegtes homogenes Dielektrikum, in welchem die Dichte der Elektrizität überall  $= 0$  ist, gelten auf Grund des Relativitätsprinzipes die elektromagnetischen Gleichungen

$$(I) \quad \text{curl } \mathfrak{H} = \frac{1}{V} \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}, \quad \text{curl } \mathfrak{E} = -\frac{1}{V} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}, \quad \text{div } \mathfrak{D} = 0, \quad \text{div } \mathfrak{B} = 0.$$

Führt man ein zweites System  $k'(x', y', z', t')$  ein, in welchem das betrachtete Dielektrikum ruht, so bestehen zwischen den Vektorgrößen  $\mathfrak{E}, \mathfrak{H}, \mathfrak{D}, \mathfrak{B}$  und den auf das System  $k'$  bezogenen Vektoren  $\mathfrak{E}', \mathfrak{H}'$  die Relationen

$$(II) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}'_x, & \mathfrak{E}_y = \beta \left( \mathfrak{E}'_y + \frac{\mu v}{V} \mathfrak{H}'_z \right), & \mathfrak{E}_z = \beta \left( \mathfrak{E}'_z - \frac{\mu v}{V} \mathfrak{H}'_y \right), \\ \mathfrak{D}_x = \epsilon \mathfrak{E}'_x, & \mathfrak{D}_y = \beta \left( \epsilon \mathfrak{E}'_y + \frac{v}{V} \mathfrak{H}'_z \right), & \mathfrak{D}_z = \beta \left( \epsilon \mathfrak{E}'_z - \frac{v}{V} \mathfrak{H}'_y \right), \\ \mathfrak{H}_x = \mathfrak{H}'_x, & \mathfrak{H}_y = \beta \left( \mathfrak{H}'_y - \frac{v \epsilon}{V} \mathfrak{E}'_z \right), & \mathfrak{H}_z = \beta \left( \mathfrak{H}'_z + \frac{v \epsilon}{V} \mathfrak{E}'_y \right), \\ \mathfrak{B}_x = \mu \mathfrak{H}'_x, & \mathfrak{B}_y = \beta \left( \mu \mathfrak{H}'_y - \frac{v}{V} \mathfrak{E}'_z \right), & \mathfrak{B}_z = \beta \left( \mu \mathfrak{H}'_z + \frac{v}{V} \mathfrak{E}'_y \right). \end{cases}$$

Hierin ist  $V$  die kritische Geschwindigkeit, und

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}}.^{1)}$$

Eliminiert man aus den Gleichungen (II) die Größen  $\mathfrak{E}'$  und  $\mathfrak{H}'$ , so erhält man die  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  ausgedrückt durch  $\mathfrak{D}$

1) Vgl. A. Einstein u. J. Laub, Ann. d. Phys. 28. p. 532. 1908.

und  $\mathfrak{B}$  und alsdann mit Hilfe der Gleichungen (I) das Poyntingsche Gesetz für ein bewegtes Dielektrikum in der Form

$$(1) \quad \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial t} (\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D} + \mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}) = - \frac{V}{4\pi} \operatorname{div} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}].$$

Man ist daher zu der Annahme berechtigt, daß

$$\frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D} + \mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B})$$

die Dichtigkeit der elektromagnetischen Energie,

$$\frac{V}{4\pi} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]$$

den Energiestrom darstellt.

## § 2. Die ebene Welle.

Es sei speziell eine ebene Welle im System  $k'$  gegeben durch die Gleichungen

$$(III) \quad \mathfrak{E}' = \frac{\mathfrak{E}'}{V_s} \sin \Phi', \quad \mathfrak{H}' = \frac{\mathfrak{H}'}{V_\mu} \sin \Phi';$$

$\mathfrak{E}'$  und  $\mathfrak{H}'$  seien zwei konstante Vektoren, deren absolute Beträge einander gleich sind,

$$\Phi' = \frac{2\pi}{\tau'} \left[ t' - \frac{a'x' + b'y' + c'z'}{\frac{V}{n}} \right].$$

Da in einer ebenen Welle, welche im System  $k'$  betrachtet wird, die Richtungen der elektrischen Kraft, der magnetischen Kraft und der Energieströmung senkrecht aufeinander stehen, und die Energie sich in Richtung der Wellennormale fortpflanzt, so gelten die Gleichungen

$$(IV) \quad \mathfrak{E}_{x'} \cdot a' + \mathfrak{E}_{y'} \cdot b' + \mathfrak{E}_{z'} \cdot c' = 0, \quad \mathfrak{H}_{x'} \cdot a' + \mathfrak{H}_{y'} \cdot b' + \mathfrak{H}_{z'} \cdot c' = 0,$$

$$(IVa) \quad \mathfrak{E}_{x'} \cdot \mathfrak{H}_{x'} + \mathfrak{E}_{y'} \cdot \mathfrak{H}_{y'} + \mathfrak{E}_{z'} \cdot \mathfrak{H}_{z'} = 0.$$

Aus den Gleichungen (I), (IV) und (IVa) folgen für die Kosinus  $a, b, c$  der Winkel, welche die Richtung des Energiestromes mit den Achsen des Systems  $k$  bildet, die Beziehungen

$$(2) \quad a = \frac{a' + \frac{v n}{V}}{W}, \quad b = \frac{b'}{\beta \cdot W}, \quad c = \frac{c'}{\beta \cdot W},$$

wo  $n = \sqrt{\epsilon} \mu$  den Brechungsindex des Dielektrikums bezeichnet, und

$$W = \sqrt{\left(a' + \frac{v n}{V}\right)^2 + \frac{1 - a'^2}{\beta^2}}$$

gesetzt ist.

Geht man mit Hilfe der Transformationsgleichungen

$$(V) \quad t' = \beta \left( t - \frac{v}{V^2} \cdot x \right), \quad x' = \beta (x - v \cdot t), \quad y' = y, \quad z' = z$$

zum System  $k$  über, so erhält man

$$(3) \quad \Phi = \frac{2\pi}{\epsilon'} \beta \left( 1 + \frac{a' v n}{V} \right) \left[ t - \frac{\frac{a' + \frac{v}{V \cdot n}}{W_1} \cdot x + \frac{b'}{\beta \cdot W_1} \cdot y + \frac{c'}{\beta \cdot W_1} \cdot z}{\frac{V}{n} \cdot \frac{1 + \frac{a' v n}{V}}{W_1}} \right],$$

wo

$$W_1 = \sqrt{\left(a' + \frac{v}{V \cdot n}\right)^2 + \frac{1 - a'^2}{\beta^2}}.$$

Aus Gleichung (3) ergeben sich die Richtungskosinus  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$  der Wellennormale im System  $k$ :

$$(4) \quad a_1 = \frac{a' + \frac{v}{V \cdot n}}{W_1}, \quad b_1 = \frac{b'}{\beta \cdot W_1}, \quad c_1 = \frac{c'}{\beta \cdot W_1}.$$

Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $q_1$  der Welle erhält man

$$(5) \quad q_1 = \frac{\frac{V}{n} \left( 1 + \frac{a' v n}{V} \right)}{W_1}.$$

Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $q$  des Strahles zu finden, hat man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle durch den Kosinus des Winkels zwischen Normale und Strahl zu dividieren, es wird also

$$(6) \quad q = \frac{q_1}{a a_1 + b b_1 + c c_1} = \frac{\frac{V}{n} \cdot W}{1 + \frac{a' v}{V \cdot n}}.$$

1) Die Werte von  $q$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  können auch mittelst des Additionstheorems der Geschwindigkeiten gefunden werden. Vgl. M. Laue, Ann. d. Phys. 23. p. 989. 1907.

Aus (3) folgt ferner für die Schwingungsdauer  $\tau$  die Beziehung

$$(7) \quad \frac{1}{\tau} = \frac{\beta \left(1 + \frac{a' v n}{V}\right)}{r'}$$

mithin für die Schwingungszahl

$$(7a) \quad \nu = \nu' \cdot \beta \left(1 + \frac{a' \cdot v \cdot n}{V}\right).$$

Den Gleichungen (IV) im System  $k'$  entsprechen im System  $k$  einerseits die Gleichungen

$$(8) \quad \mathfrak{E}_x \cdot a + \mathfrak{E}_y \cdot b + \mathfrak{E}_z \cdot c = 0, \quad \mathfrak{H}_x \cdot a + \mathfrak{H}_y \cdot b + \mathfrak{H}_z \cdot c = 0,$$

andererseits

$$(9) \quad \mathfrak{D}_x \cdot a_1 + \mathfrak{D}_y \cdot b_1 + \mathfrak{D}_z \cdot c_1 = 0, \quad \mathfrak{B}_x \cdot a_1 + \mathfrak{B}_y \cdot b_1 + \mathfrak{B}_z \cdot c_1 = 0,$$

d. h. die Richtung des Energiestromes steht senkrecht auf den Richtungen der elektrischen und der magnetischen Kraft, die Wellennormale steht senkrecht auf der Richtung der elektrischen Verschiebung und derjenigen der magnetischen Induktion. Es zeigt sich also eine gewisse Analogie zu den optischen Erscheinungen in Kristallen.

Mit Hilfe der Gleichungen (II) und (IVa) findet man

$$(10) \quad \frac{\frac{V}{4\pi} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]}{\frac{V}{4\pi} [\mathfrak{E}', \mathfrak{H}']} = \beta^2 \left(1 + \frac{v n a'}{V}\right) \cdot W \text{ für den Energiestrom,}$$

$$(11) \quad \frac{\frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D} + \mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B})}{\frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E}' \cdot \mathfrak{D}' + \mu \cdot \mathfrak{H}'^2)} = \beta^2 \left(1 + \frac{v n a'}{V}\right) \left(1 + \frac{v a'}{n \cdot V}\right) \text{ für die Energiedichte.}$$

Um das Verhältnis zu ermitteln, in welchem die Energiemenge eines Lichtkomplexes, gemessen im System  $k$ , zur Energiemenge desselben Komplexes, gemessen im System  $k'$ , steht, bedienen wir uns der Methode, welche Hr. Einstein für das Vakuum benutzt hat.<sup>1)</sup> Für das Verhältnis der Volumina, welche der Lichtkomplex in beiden Systemen erfüllt, ergibt sich hiernach

$$(12) \quad \frac{S}{S'} = \frac{1}{\beta \left(1 + \frac{v a'}{n \cdot V}\right)},$$

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. 17. p. 913. 1905.



und somit für das Verhältnis der Energiemengen

$$(13) \quad \frac{E}{E'} = \frac{\frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D} + \mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}) \cdot S}{\frac{1}{8\pi} (e \cdot \mathfrak{E}'^2 + \mu \cdot \mathfrak{H}'^2) \cdot S'} = \beta \left( 1 + \frac{v n a'}{V} \right).$$

Berücksichtigt man Gleichung (7a), so erhält man den für das Vakuum bereits von Hrn. Einstein<sup>1)</sup> nachgewiesenen Satz, daß die Energiemengen in den beiden Systemen sich verhalten wie die entsprechenden Schwingungszahlen.

### § 3. Die Entropie und die Temperatur der Strahlung.

Die Gleichung (10) kann, obwohl sie für ebene Wellen abgeleitet ist, auch noch für Strahlenbündel von außerordentlich kleinem Öffnungswinkel  $d\Omega$  benutzt werden. Bezeichnet man die spezifische Intensität eines solchen Strahlenbündels mit  $K$ , so ist

$$(14) \quad K \cdot d\Omega = \frac{V}{4\pi} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}].$$

Differentiiert man die erste der Gleichungen (2), so erhält man

$$(15) \quad \frac{d\Omega}{d\Omega'} = \frac{da}{da'} = \frac{1 + \frac{v n a'}{V}}{\beta^2 \cdot W^2}.$$

Da

$$\frac{K d\Omega}{K' d\Omega'} = \frac{[\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]}{[\mathfrak{E}', \mathfrak{H}']},$$

so folgt aus (10) und (15)

$$(16) \quad \frac{K}{K'} = \beta^4 \cdot W^4 = \left[ \beta^2 \left( a' + \frac{v n}{V} \right)^2 + 1 - a'^2 \right]^2.$$

Für geradlinig polarisierte monochromatische Strahlung ist an Stelle von  $K \mathfrak{E} \cdot d\nu$  zu setzen; beachtet man, daß infolge von (7a)

$$\frac{d\nu}{d\nu'} = \beta \left( 1 + \frac{a' v n}{V} \right),$$

so ergibt sich

$$(17) \quad \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E}'} = \frac{\beta^3 \cdot W^4}{1 + \frac{a' v n}{V}}.$$

1) l. c. p. 914.

Zwischen der spezifischen Intensität  $\mathfrak{R}$  der Energiestrahlung und der spezifischen Intensität  $\mathfrak{S}'$  der Entropiestrahlung besteht auf Grund des sogenannten Verschiebungsgesetzes die Beziehung

$$(VI) \quad \mathfrak{S}' = \frac{\nu'^2 \cdot n^2}{V^2} \cdot F\left(\frac{V^2}{n^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}'}{\nu'^2}\right) \cdot 1)$$

Die gesamte Entropie eines geradlinig polarisierten monochromatischen Lichtstrahles vom Öffnungswinkel  $d\Omega'$ , welcher während der Zeit  $dt'$  das zu seiner Richtung senkrechte Flächenelement  $d\sigma'$  durchstrahlt, beträgt also

$$(VII) \quad \Sigma' = \mathfrak{S}' d\nu' d\Omega' d\sigma' dt' = \frac{\nu'^2 \cdot n^2}{V^2} F\left(\frac{V^2}{n^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}'}{\nu'^2}\right) d\nu' d\Omega' d\sigma' dt'.$$

Infolge von (13) ist aber

$$\mathfrak{R} d\nu d\sigma d\Omega dt = \beta \left(1 + \frac{v n a'}{V}\right) \mathfrak{R}' d\nu' d\sigma' d\Omega' dt',$$

also

$$\frac{d\nu' d\Omega' d\sigma' dt'}{d\nu d\Omega d\sigma dt} = \frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{R}'} \cdot \frac{1}{\beta \left(1 + \frac{v n a'}{V}\right)} = \frac{\beta^2 \cdot W^4}{\left(1 + \frac{v n a'}{V}\right)^2},$$

mithin

$$\Sigma' = \frac{\nu'^2 \cdot n^2}{V^2} F\left(\frac{V^2}{n^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}'}{\nu'^2}\right) \frac{\beta^2 \cdot W^4}{\left(1 + \frac{v n a'}{V}\right)^2} d\nu d\Omega d\sigma dt,$$

oder auf Grund von (7a) und (17)

$$\Sigma' = \frac{\nu'^2 \cdot n^2}{V^2} \cdot \frac{W^4}{\left(1 + \frac{v n a'}{V}\right)^4} F\left(\frac{V^2}{n^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}}{\nu'^2} \cdot \frac{\left(1 + \frac{v n a'}{V}\right)^4}{W^4}\right) d\nu d\Omega d\sigma dt.$$

Nimmt man an, daß der Wert der Entropie unabhängig ist vom Bezugssystem<sup>2)</sup>, so erhält man schließlich

$$(18) \quad \Sigma = \frac{\nu^2 \cdot n^2}{V^2} \cdot p \cdot F\left(\frac{V^2}{n^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}}{\nu^2} \cdot \frac{1}{p}\right) d\nu d\Omega d\sigma dt,$$

wenn zur Abkürzung

$$p = \frac{W^4}{\left(1 + \frac{v n a'}{V}\right)^4} = \left\{ \frac{\frac{V^2}{q_1^2} - 1}{\frac{V^2}{q^2} - 1} \right\}^4$$

gesetzt wird.

1) Vgl. M. Planck, „Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung“ p. 95. Gleichung (134).

2) Vgl. K. v. Mosengeil, Ann. d. Phys. 22. p. 902. 1907.

Aus (18) folgt

$$(19) \quad \Omega = \frac{v^3 \cdot n^3}{V^3} \cdot p \cdot F \left( \frac{V^2}{n^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}}{v^3} \cdot \frac{1}{p} \right).$$

Definiert man die Temperatur  $T$  der Strahlung durch die Gleichung

$$(20) \quad \frac{1}{T} = \frac{\partial \Omega}{\partial \mathfrak{R}}, \quad ^1)$$

so ergibt sich

$$(21) \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{v} F' \left( \frac{V^2}{n^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}}{v^3} \cdot \frac{1}{p} \right),$$

wo  $F'$  die Ableitung der Funktion  $F$  nach dem Argument bedeutet. Da

$$\frac{V^2}{n^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}}{v^3} \cdot \frac{1}{p} = \frac{V^2}{n^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}'}{v'^3},$$

und

$$\frac{1}{T'} = \frac{1}{v'} \cdot F' \left( \frac{V^2}{n^2} \cdot \frac{\mathfrak{R}'}{v'^3} \right),$$

so hat man

$$(22) \quad \frac{T}{T'} = \frac{v}{v'}.$$

#### § 4. Das Brechungsgesetz und der Strahlungsdruck.

Es ist auf Grund der bisherigen Entwicklungen leicht, für einen aus dem Vakuum kommenden Lichtstrahl, welcher auf die ebene, zur Bewegungsrichtung senkrechte Grenzfläche eines mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegten Dielektrikums fällt, das Brechungsgesetz anzugeben. Bezeichnet man die Kosinus des Einfalls-, des Reflexions- und des Brechungswinkels im System  $k$  mit  $a_i$ ,  $a_r$  und  $a$ , im System  $k'$  mit  $a'_i$ ,  $a'_r$  und  $a'$ , so ergibt das Reflexions- bzw. Brechungsgesetz für ruhende Grenzflächen

$$a'_i = a'_r, \quad 1 - a_i'^2 = n^2(1 - a'^2).$$

Ferner ist

$$a_i = \frac{a'_i + \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V} a'_i}, \quad a_r = \frac{a'_r - \frac{v}{V}}{1 - \frac{v}{V} a'_r}, \quad a = \frac{a' + \frac{v n}{V}}{W}.$$

Durch Elimination von  $a'_i$  und  $a'$  aus diesen Gleichungen erhält man die Beziehungen zwischen  $a_i$  und  $a$  und zwischen  $a_r$  und  $a_i$ .

1) Vgl. M. Planck, l. c., Gleichung (135).

Auch die Intensität des gebrochenen Strahles findet man unmittelbar aus der entsprechenden Größe für die Brechung an einer ruhenden Fläche durch Übergang vom System  $k'$  zum System  $k$  unter Benutzung der Gleichungen (16) und (17). Hier soll noch der besondere Fall untersucht werden, daß kein reflektierter, sondern nur ein gebrochener Strahl zustande kommt. Dieser Fall tritt ein, wenn die Schwingungen der elektrischen Kraft in der Einfallsebene erfolgen, und wenn

$$a_i' = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}}$$

ist. Alsdann ist im System  $k'$  die gesamte Energie  $E'$  des gebrochenen Strahles gleich der Energie  $E_i'$  des einfallenden Strahles. Nun ist aber infolge von (13), (7a) und (22)

$$\frac{E}{E'} = \frac{\nu}{\nu'} = \frac{T}{T'}; \quad \frac{E_i}{E_i'} = \frac{\nu_i}{\nu_i'} = \frac{T_i}{T_i'}.$$

Da  $E' = E_i'$ ,  $\nu' = \nu_i'$ ,  $T' = T_i'$ , so ergibt sich

$$(23) \quad \frac{E}{E_i} = \frac{\nu}{\nu_i},$$

und

$$(24) \quad \frac{E}{E_i} = \frac{T}{T_i}.$$

Die Gleichungen (23) und (24) gelten, wie bereits von Hrn. Abraham angegeben, auch für die Reflexion an einem bewegten vollkommenen Spiegel, wenn man unter  $E$ ,  $\nu$ ,  $T$  Energie, Schwingungszahl und Temperatur des reflektierten Strahles versteht<sup>1)</sup>; Gleichung (24) ist aber trotz der formalen Übereinstimmung nicht gleichbedeutend mit der bekannten Folgerung aus dem Carnot-Clausius'schen Kreisprozeß. —

Der Normaldruck, welchen die Strahlung bei beliebigem Einfallswinkel auf die bewegte brechende Fläche ausübt, kann in der Weise ermittelt werden, daß man von der Energie der einfallenden Strahlung die Energie der reflektierten und der gebrochenen Strahlung abzieht; berechnet man diese Differenz für die Zeit- und Flächeneinheit und dividiert sie durch die Geschwindigkeit  $v$ , so erhält man den Strahlungsdruck.

1) M. Abraham, Ann. d. Phys. 14. p. 253 u. 254. 1904.

Im System  $k$  sei die in der Zeiteinheit auf eine senkrecht zum Strahl gestellte, ruhende Fläche von der Größe 1 fallende Energiemenge  $e_i$ , die reflektierte Energiemenge  $e_r$ , die gebrochene  $e$ ; die Bezeichnungen  $e'_i$ ,  $e'_r$ ,  $e'$  mögen für das System  $k'$  gelten. Die in der Zeiteinheit an der bewegten Fläche von der Größe 1 geleistete Arbeit ist alsdann im System  $k$  gegeben durch die Gleichung

$$(25) \quad A = e_i \left( a_i - \frac{v}{V} \right) - e_r \left( a_r + \frac{v}{V} \right) - e \left( a - \frac{v}{q} \right).$$

Infolge von (10) ist

$$e_i = e'_i \left( 1 + \frac{v}{V} a'_i \right)^2 \cdot \beta^2, \quad e_r = e'_r \left( 1 - \frac{v}{V} a'_i \right)^2 \cdot \beta^2,$$

$$e = e' \left( 1 + \frac{v n a'}{V} \right) \cdot W \cdot \beta^2.$$

Führt man außerdem in (25) an Stelle von  $a_i$ ,  $a_r$ ,  $a$   $a'_i$  und  $a'$  ein, so wird

$$\begin{aligned} A &= \beta^2 \left\{ e'_i \left( 1 + \frac{v a'_i}{V} \right)^2 \left( \frac{a'_i + \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V} a'_i} - \frac{v}{V} \right) \right. \\ &\quad \left. - e'_r \left( 1 - \frac{v}{V} a'_i \right)^2 \left( \frac{a'_i - \frac{v}{V}}{1 - \frac{v}{V} a'_i} + \frac{v}{V} \right) \right. \\ &\quad \left. - e' \left( 1 + \frac{v n a'}{V} \right) \cdot W \left( \frac{a' + \frac{v n}{V}}{W} - \frac{v \left( 1 + \frac{a' v}{V \cdot n} \right)}{\frac{V}{n} \cdot W} \right) \right\} \\ &= e'_i a'_i \left( 1 + \frac{v a'_i}{V} \right) - e'_r a'_i \left( 1 - \frac{v}{V} a'_i \right) - e' a' \left( 1 + \frac{v n a'}{V} \right). \end{aligned}$$

Das Gesetz der Erhaltung der Energie erfordert im System  $k'$  das Bestehen der Gleichung

$$e'_i \cdot a'_i = e'_r \cdot a'_i + e' \cdot a'.$$

Verhält sich im System  $k'$  die Amplitude des reflektierten Strahles zu der des einfallenden Strahles wie  $\sigma:1$ , so ist

$$e'_r = \sigma^2 \cdot e'_i,$$

und der Ausdruck für  $A$  geht über in

$$e_i' a_i' \left(1 + \frac{v}{V} a_i'\right) - \sigma^2 e_i' a_i' \left(1 - \frac{v}{V} a_i'\right) \\ - e_i' a_i' (1 - \sigma^2) \left(1 + \frac{v n a'}{V}\right),$$

oder

$$A = e_i' a_i' \frac{v}{V} [a_i' (1 + \sigma^2) - n a' (1 - \sigma^2)].$$

Der Normaldruck  $P$  ist daher bestimmt durch die Gleichung

$$(26) \quad \begin{cases} P = \frac{e_i' a_i'}{V} [a_i' (1 + \sigma^2) - n a' (1 - \sigma^2)] \\ \quad = \frac{e_i' a_i'}{V} [a_i' (1 + \sigma^2) - \sqrt{n^2 - 1} + a_i'^2 (1 - \sigma^2)]. \end{cases}$$

Für  $\sigma$  ist der aus der Theorie der Brechung an ruhenden Flächen bekannte Wert einzusetzen, wobei man zu unterscheiden hat, ob die elektrischen Schwingungen in der Einfallsebene oder senkrecht zu ihr stattfinden.

(Eingegangen 19. Oktober 1909.)

## 8. Wellenlängennormale im Eisenspektrum; von Paul Eversheim.

Für eine Reihe spektroskopischer Untersuchungen wird das Bedürfnis mehr und mehr fühlbar, ein Wellenlängen-Normalsystem zu besitzen, in dem bei den einzelnen Normalen möglichst noch die dritte Dezimale der Ångströmschen Einheit (Å.-E.) richtig ist. Bereits früher<sup>1)</sup> habe ich versucht, einige Linien aus dem Eisenspektrum zu messen und zwar nach einer Methode, die von Perot und Fabry<sup>2)</sup> erdonnen und später von Fabry und Buisson<sup>3)</sup> verbessert wurde. Nach dieser Methode erschien es mir möglich, die Forderungen, die an ein derartiges Normalsystem gestellt werden, zu erfüllen, und damit die Aufgabe zu lösen, die von der Internationalen Union<sup>4)</sup> aufgestellt ist, wonach die Normalen etwa 50 Å.-E. voneinander entfernt sein sollen und die Fehler nur wenige Tausendstel dieser Einheit betragen. Die in der erwähnten Arbeit von mir mitgeteilten Versuche, die eigentlich nur als Vorversuche zu betrachten sind, wurden mit dem Vorsatze abgeschlossen, systematische Messungen im Eisenspektrum vorzunehmen und nach Möglichkeit diejenigen Linien zu prüfen, die Fabry und Buisson bereits gemessen haben.

Das Prinzip der angewandten Methode, sowie deren Theorie, habe ich in jener Arbeit eingehend besprochen; es erübrigt sich daher an dieser Stelle, noch einmal näher darauf einzugehen. Die Änderungen in der Versuchsanordnung indessen sollen im folgenden noch angeführt, ferner der Einfluß gewisser Fehlerquellen ausführlich behandelt werden.

1) P. Eversheim, Bestimmung von Wellenlängen des Lichtes zur Aufstellung eines Normalsystems. Zeitschr. f. wissensch. Photographie 5. (5) p. 152. 1907.

2) Ch. Fabry u. A. Perot, Artrophys. Journ. 1. p. 73. 1902.

3) H. Buisson et Ch. Fabry, Journ. Phys. Mars 1908.

4) Oxford 1905.

## Versuchsanordnung.

Läßt man konvergentes homogenes Licht senkrecht durch eine Luftschicht hindurch treten, die von zwei schwach versilberten ebenen und einander parallelen Glasflächen gebildet wird, so entstehen *Kurven gleicher Neigung*. Die Kurven bilden sich durch Interferenz von parallelen Strahlen, die zum Teil durch die Schicht hindurch gehen, zum Teil in derselben reflektiert werden und so einen der Dicke der Schicht entsprechenden Gangunterschied erhalten. Da das Licht symmetrisch um die Normale der Luftschicht verteilt ist, so erblickt man mit einem auf unendlich eingestellten Fernrohr ein System von scharfen hellen Ringen, die der Farbe der Lichtquelle entsprechen, und die durch dunkle breite Zwischenräume voneinander getrennt sind. Nehmen wir an, der Abstand der beiden Begrenzungsflächen sei regulierbar, so wird, wenn man die Entfernung derselben vom Abstände Null aus allmählich vergrößert, der erste Ring offenbar dann sichtbar werden, wenn der Gangunterschied gleich einer Wellenlänge der betreffenden Lichtsorte geworden ist, ein zweiter, dritter usw.

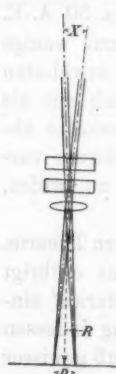


Fig. 1.

Ring, wenn der Gangunterschied  $2\lambda$ ,  $3\lambda$  usw. besteht. Dem Erscheinen eines neuen Ringes entspricht also eine bestimmte Zahl, die wir Ordnungszahl nennen und mit dem Buchstaben  $P$  bezeichnen.

Die Ordnungszahl eines Ringes hängt bei gegebener Schichtdicke offenbar von der Wellenlänge der Strahlenart ab, und es ist ersichtlich, daß unter gleichen Verhältnissen Licht von größerer Wellenlänge eine geringere Ordnungszahl hat, als Licht von kleinerer. Belichten wir also den Apparat mit Licht zweier Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$ , so erblickt man zwei Ringssysteme. Kennt man dann die Ordnungszahlen  $P$  und  $P'$  für zwei ins Auge gefaßte Ringe, die diesen Wellenlängen entsprechen, und bestimmt, etwa mit einem Goniometer, den Winkeldurchmesser  $x$  bzw.  $x'$  (Fig. 1), so besteht die Beziehung<sup>1)</sup>:

$$\lambda' = \lambda \frac{P}{P'} \left( 1 + \frac{x^2}{8} - \frac{x'^2}{8} \right).$$

1) P. Eversheim, l. c. p. 154.



Man kann also eine unbekannte Wellenlänge  $\lambda'$  mit Hilfe einer bekannten  $\lambda$  berechnen.

Anstatt mit dem Auge zu beobachten, ist es zweckmäßiger, die Ringe zu photographieren; mißt man dann die Durchmesser  $D$  bzw.  $D'$  (Fig. 1) und die Brennweite  $R$  der Linse, durch die das System gebildet wird, so lautet unsere Gleichung:

$$(1) \quad \lambda' = \frac{P\lambda}{P'} \left( 1 + \frac{D^2}{8R^2} - \frac{D'^2}{8R^2} \right).$$

Bei Ausführung der Versuche wurden gleichzeitig mit der Vergleichslinie (Standardlinie) jedesmal eine ganze Anzahl Linien aus dem Eisenspektrum photographiert. Jede Linie zeigte auf der Platte das ihr entsprechende Ringsystem, wobei allerdings die Ringe nicht voll ausgebildet wurden, sondern nur als Ringsegmente zur Geltung kamen. Wie sich dies erreichen ließ, soll nun eingehend beschrieben werden; die sehr hübsche Idee der Aufstellung stammt von Fabry und Buisson.<sup>1)</sup>

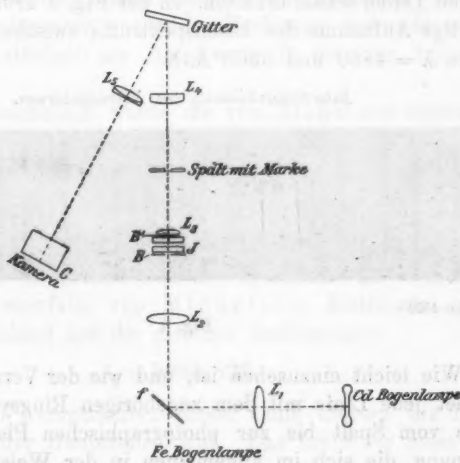


Fig. 2.

Das Licht wird geliefert durch eine Bogenlampe *Fe* (Fig. 2), deren Bogen zwischen zwei Eisenstäben (ca. 8 mm Durchmesser) übergeht. Die Spannung von 220 Volt wurde durch geeignete

1) H. Buisson u. Ch. Fabry, l. c.

Widerstände reduziert, so daß die Stromstärke etwa 5 Amp. betrug. Bei dieser Spannung brennt die Lampe lange Zeit, ohne zu erlöschen und auch verhältnismäßig ruhig. Das Vergleichslicht, eine Cadmiumlampe, gelangt von der Seite her mittels der reflektierenden Fläche  $f$  in den Apparat. Das Licht der Lampen wird durch die Linse  $L_2$  gesammelt und in konvergentem Bündel auf die Interferenzplatten  $J$  geworfen. Unmittelbar hinter den Platten befindet sich die Linse  $L_3$ , die eine Blende mit kleiner Öffnung trägt. In der Fokalebene dieser Linse wird das Ringsystem gebildet. Diese Fokalebene enthält den Spalt eines Spektrographen. Der letztere ist mit zwei Linsen ausgerüstet, von denen die eine,  $L_4$ , eine Brennweite von ca. 35 cm, eine andere,  $L_5$ , eine solche von ca. 62 cm besitzt, diese Linse ist achromatisch. Ein ebenes Gitter von Rowland mit 14438 Linien pro inch liefert das Spektrum. Dieses läßt sich durch Drehen und Verschieben der Kamera  $C$  in allen Teilen scharf erhalten. In der Fig. 3 erblickt man eine derartige Aufnahme des Eisenspektrums zwischen den Wellenlängen  $\lambda = 4860$  und  $5500 \text{ \AA.-E.}$

*Interferenzbildung im Eisenspektrum.*



$\lambda = 4860$

Fig. 3.

$\lambda = 5500$

Wie leicht einzusehen ist, und wie der Versuch bestätigt, erleidet jede Linie mit dem zugehörigen Ringsystem auf dem Wege vom Spalt bis zur photographischen Platte eine Verzeichnung, die sich im allgemeinen in der Weise äußert, daß die Ringdurchmesser nach rechts und links von der Mitte der Platte aus betrachtet größer sind, als es ohne Verzeichnung der Fall sein würde. Daraus folgt, daß man nicht ohne weiteres die Wellenlängen zweier Linien miteinander vergleichen kann, indem man die zugehörigen Ringdurchmesser einsetzt, sondern vorerst die Ringe auf das richtige Maß reduzieren

muß. Das würde aber durch Rechnung wohl nicht gelingen und selbst im günstigsten Falle äußerst umständlich sein und die Richtigkeit der Resultate gefährden. Durch einen sehr sinnreichen Kunstgriff, der auch von Fabry und Buisson stammt, wird dieser Übelstand beseitigt: man spannt vor den Spalt des Spektrographen, in dieselbe Ebene, in der das Ringsystem durch die Linse  $L_2$  abgebildet wird, einige sehr feine Drähte. Da jede Spektrallinie das Abbild des Spaltes ist, so werden auch diese Drähte gleichzeitig mit den Ringsegmenten abgebildet; mißt man dann außer einem Ringdurchmesser gleichzeitig den Abstand der beiden durch den Draht gegebenen Marken und bestimmt deren Abstand auf dem Spalt, so hat man damit die Verhältniszahl, mit der man den gemessenen Ringdurchmesser auf seine natürliche Größe umrechnen kann. Zur Kontrolle benutzte ich zwei solcher Drahtpaare, dieselben sind in der Abbildung als vier helle Linien, die sich quer durch das Spektrum hindurchziehen, zu erkennen. Der so ermittelte Durchmesser wurde der Rechnung zugrunde gelegt, wobei man natürlich als Brennweite  $R$  die der Linse  $L_2$  einsetzt.

Als Vergleichslinie wurde die von Michelson bestimmte und von Benoit, Fabry und Perot<sup>1)</sup> nachgeprüfte rote Linie aus dem Cadmiumspektrum

$$\lambda_r = 6438,4696$$

bei 15°, 760 mm Druck und trockener Luft genommen. Desgleichen diente im grünen Teil des Spektrums als Vergleichsnormale die ebenfalls von Michelson bestimmte grüne Cd-Linie, berechnet auf die gleichen Bedingungen

$$\lambda_g = 5085,822.$$

Die schwachen Komponenten dieser Linie störten die Interferenzbildung der Hauptlinie nicht. Das Licht für diese Normale lieferte eine Quarzbogenlampe von Heraeus in Hanau, die unter 220 Volt Spannung mit einer Stromstärke von 4 Amp. betrieben wurde. Durch wiederholte Versuche wurde die Identität der Linien mit denen der Michelsonröhre festgestellt.

1) R. Benoit, Ch. Fabry et A. Perot, *Compt. rend.* 144. p. 1082. 1907.

## Die Fehlerquellen.

Die Gleichung (1) setzt bei Berechnung einer Wellenlänge  $\lambda'$  voraus, daß die Dicke der Luftschicht für die unbekannte wie auch für die Vergleichslinie identisch ist. Dazu ist erforderlich:

1. Sorgfältiges Einstellen der versilberten Platten auf Parallelität.
2. Gleichmäßigkeit der Silberschicht, Vermeidung von Wolkenbildung.
3. Berücksichtigung der Temperaturschwankungen.
4. Reduktion aller Wellenlängen auf gleiche Phase bei der Reflexion an der Silberschicht.

Bezüglich der Punkte 1. und 2. verweise ich auf die frühere Arbeit, zu 3. und 4. habe ich folgendes zu bemerken. Die Expositionszeiten der Aufnahmen waren für den unempfindlichen Spektralbereich recht beträchtlich und erstreckten sich stellenweise über eine halbe Stunde. Bei meiner Aufstellung war es nicht möglich, die Temperatur konstant zu halten, es kamen Schwankungen von mehreren Zehntelgraden vor. Zu jeder Eisenaufnahme gehört eine solche mit der Vergleichslinie. Um diese zu erhalten, war ursprünglich die photographische Platte verschiebbar angeordnet, so daß die Vergleichslinie über oder unter dem Eisenspektrum photographiert werden konnte. Dies geschah, um den Temperaturschwankungen Rechnung zu tragen, zweimal und zwar unmittelbar vor und nach jeder Exposition der zu messenden Linien, indem von der Voraussetzung ausgegangen wurde, daß die Temperatur entweder gleichmäßig steige oder abnehme. Man hatte also je zwei Durchmesser der Normallinie zu messen und deren Mittelwert der Rechnung zugrunde zu legen. Zahlreiche Messungen haben aber ergeben, daß dieser Weg nicht eingeschlagen werden konnte, es ergaben sich vielmehr bei verschiedenen Aufnahmen widersprechende Resultate, und ich führe dies darauf zurück, daß die Temperaturänderung nicht gleichmäßig erfolgt, sondern unkontrollierbaren Schwankungen unterliegt. Wenn man bedenkt, daß  $\frac{1}{10}^{\circ}$  Temperaturunterschied den Ringdurchmesser recht merklich ändert, so erklären sich solche Unregelmäßigkeiten leicht.

Um den Temperaturfehler gänzlich zu beseitigen, ging ich schließlich dazu über, die zu messenden Linien mit der Normalen *gleichzeitig* zu photographieren. Zu diesem Zwecke gelangte das Licht der Eisenlampe direkt, das der Cadmiumlampe von der Seite her in den Apparat. Dies wurde erreicht mit Hilfe der schwach versilberten Glasplatte *f*, die schräg vor die Eisenlampe gestellt wurde (vgl. Fig. 2), so daß sich zu dem durchgehenden Lichte des Eisenbogens die reflektierten Strahlen der Cadmiumlampe hinzugesellten. Die Aufnahmen erfolgten in der dritten Ordnung, um die Linien genügend getrennt zu erhalten und es ließen sich so Photographien herstellen, die in der Gegend der grünen sowie der roten Vergleichsnormale diese direkt enthielten. Wie sich auch die Temperatur änderte, sie mußte sämtliche Linien gleichmäßig beeinflussen und der Temperaturfehler fiel vollständig heraus. Freilich liegen die beiden Cadmiumnormalen nur an bestimmten Stellen des Spektrums; man kann aber leicht dort, wo sie nicht vorhanden sind, mit ihrer Hilfe entsprechende Eisenlinien genau bestimmen und dann diese als Normale benutzen. Natürlich wird man hierzu nur solche Linien wählen, die möglichst intensiv und wohl definiert sind, ferner wird man eine Reihe von Aufnahmen unter veränderten Bedingungen zu ihrer endgültigen Berechnung benutzen.

Gehen wir jetzt zur Besprechung des vierten Punktes über. Bei der Reflexion von Lichtstrahlen an Metalloberflächen erleiden erstere eine Verschiebung in der Phase. Man kann dies so auffassen, als ob nicht die *Metalloberfläche* die reflektierende Schicht bilde, sondern eine etwas tiefer liegende Ebene. Für unseren Fall bedeutet dies, daß die Dicke der Luftschicht nicht gegeben ist durch die geometrischen Begrenzungsflächen der Silberschichten, sondern einen etwas größeren Betrag hat. Dieser Umstand wäre indessen dann belanglos, wenn das Eindringen der Strahlen für alle Wellenlängen in gleicher Weise erfolgte. Das ist aber nicht der Fall, es zeigt sich vielmehr, daß je nach der Beschaffenheit der Silberschichten beim Vergleich einer roten mit einer grünen Linie ersterer eine andere Schichtdicke zukommt als letzterer, kurz, daß durch das ganze Spektrum hindurch jeder Wellenlänge eine bestimmte Dicke der Luftschicht entspricht. Die

Natur dieser Erscheinung ist höchst merkwürdig und scheinbar ganz regellos (vgl. Kurven II und III). Wie viele Messungen und eingehende Versuche des Verfassers zeigen, hängt zunächst die Tiefe des Eindringens in die Silberschicht für eine bestimmte Wellenlänge ab von der Art der Versilberung sowie von deren Dicke. Während man aber in gewissen Fällen findet, daß lange Wellen tiefer eindringen wie kurze, findet man auch wieder für neue Versilberung, in gleicher Weise hergestellt, das umgekehrte Verhältnis, ja, man hat Fälle, bei denen die Phasenverschiebung in einem gewissen Bereich des Spektrums konstant bleibt.

Der Einfluß der Phasenverschiebung muß bei exakten Messungen berücksichtigt werden, und er wird deshalb Gegenstand einer eingehenden Untersuchung, die bei dieser Art der Messung von Wellenlängen die Hauptschwierigkeit bietet. Nach meiner Erfahrung sind ältere Methoden zur Bestimmung unbrauchbar, folgende aber führen zum Ziele. Die erste, wohl die einfachste, ist zunächst nur da zu gebrauchen, wo mehrere Wellenlängen mit einer Genauigkeit bereits bekannt sind, die derjenigen der zu untersuchenden Linien wenigstens gleichkommt. Dies trifft nur zu für die von Michelson bestimmten oben angegebenen Normallinien. Berechnet man aus Gleichung (1) die Ordnungszahl  $P'$  für die rote Cadmiumlinie, nachdem man vorher  $P$  und den Klammerausdruck bestimmt hat, so muß man, falls die Schichtdicke für beide Wellenlängen identisch ist, für  $P'$  eine ganze Zahl erhalten. Besteht aber zwischen Rot und Grün eine Phasenverschiebung, derart, daß der roten Linie etwa ein kleinerer Abstand zukommt, als der grünen, so ist auch der Ringdurchmesser im Vergleich zur grünen zu klein; dem kleineren Durchmesser entspricht eine kleinere Ordnungszahl, so daß von  $P'$  ein kleiner Betrag  $\epsilon$  abzuziehen ist. Allgemein hat man demnach:

$$P' \pm \epsilon = \frac{P \cdot \lambda}{\lambda'} \left( 1 + \frac{D^2}{8R^2} - \frac{D'^2}{8R'^2} \right).$$

Dieser Betrag  $\epsilon$  berechnet sich auf Grund bekannter Wellenlängen offenbar so genau, wie er zur Vermeidung von Fehlern durch die Phasenverschiebung erforderlich ist, und man kann so für einige Punkte im Spektralbereich  $\epsilon$  ermitteln und dann die Punkte zur Konstruktion einer Kurve benutzen,

die für alle Zwischenwerte die Korrektur zu den entsprechenden  $P'$ -Werten gibt. Da man indessen nicht über eine genügende Anzahl Normallinien verfügt, daher die Gleichung zur Berechnung von  $\varepsilon$  außer dieser Unbekannten im allgemeinen noch die unbekannte Wellenlänge  $\lambda'$  enthält, so könnte man sich zwei Gleichungssysteme schaffen und beide Unbekannte ermitteln.<sup>1)</sup> Die Möglichkeit folgt aus der Überlegung, daß die Phasenverschiebung selbst unabhängig sein muß von dem Abstände der versilberten Platten. Führt man also für dieselbe Linie den Versuch aus für zwei verschiedene Luftschichtdicken, so würde man haben:

$$P' + \varepsilon = \frac{P\lambda}{\lambda'} \left( 1 + \frac{D^2}{8R^2} - \frac{D'^2}{8R^2} \right)$$

und

$$P'_0 + \varepsilon = \frac{P_0\lambda}{\lambda'} \left( 1 + \frac{D_0^2}{8R^2} - \frac{D'_0{}^2}{8R^2} \right)$$

und daraus für die unbekannte Wellenlänge

$$\lambda' = \lambda \frac{P \left( 1 + \frac{D^2}{8R^2} - \frac{D'^2}{8R^2} \right) - P_0 \left( 1 + \frac{D_0^2}{8R^2} - \frac{D'_0{}^2}{8R^2} \right)}{P' - P_0}.$$

Ein Versuch wurde mit der Linie (Fe)  $\lambda = 4352$  — ausgeführt, bezogen auf die grüne Cd-Normale. Aus je sechs Messungen, die verschiedenen Aufnahmen entsprachen, ergab sich nach der letzten Formel für  $\lambda'$  der Wert:

$$\lambda' = 4352,738$$

27

35

32

36

40

$$\text{Mittel: } 4342,735$$

Mittlerer wahrscheinlicher Fehler: 0,0015 Å.-E.

Das Resultat ist nicht sehr befriedigend in Anbetracht dessen, daß die durch die einzelnen Aufnahmen ermittelten Zahlen für die direkte Berechnung nach Gleichung (1) an Genauigkeit nichts zu wünschen übrig lassen. Denn berechnet man ohne Berücksichtigung der Phasenverschiebung  $\lambda'$  nach

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (6) 11. p. 685—703. 1906.



dieser Formel für den größeren und kleineren Abstand ( $d$ ) der versilberten Platten, so ergibt sich:

$$d = 5 \text{ mm } \lambda' = 4352,746$$

5

4

3

5

2

---


$$\text{Mittelwert: } \lambda' = 4352,744$$

$$\text{Mittlerer wahrscheinlicher Fehler} = 0,0004 \text{ \AA.-E.}$$

$$d = 3 \text{ mm } \lambda' = 4352,747$$

49

50

48

49

46

---


$$\text{Mittelwert: } \lambda' = 5342,748$$

$$\text{Mittlerer wahrscheinlicher Fehler} = 0,0004 \text{ \AA.-E.}$$

Danach würde die Phasenverschiebung bewirken, daß die Werte für  $\lambda'$  zu groß erscheinen und falls der berechnete Wert für  $\lambda'$  zuverlässig wäre, müßte eine Korrektur von  $-0,009$  bzw.  $-0,013 \text{ \AA.-E.}$  angebracht werden. Die Zuverlässigkeit ließe sich nur durch noch bessere Messungen steigern; das ist aber nach meiner Erfahrung ausgeschlossen. Daher schien mir diese an sich durchaus einwandfreie Methode, für eine Reihe von Linien die unbekannte Wellenlänge unabhängig vom Phasensprung zu bestimmen und daraus die Kurve für den letzteren zu konstruieren, zu unsicher. Wie man aus den später folgenden Versuchsergebnissen sehen wird erreicht der wahrscheinliche Fehler dort selten den Betrag von  $0,001 \text{ \AA.-E.}$  Eine Phasenkorrektur anzubringen, die selbst mit einem größeren Fehler behaftet ist, würde den Wert der Zahlen in unerwünschter Weise herabsetzen. Freilich gestaltet sich durch Vergrößern des Unterschiedes im Plattenabstande für die beiden Versuchsreihen theoretisch die Rechnung bedeutend günstiger. Wird aber die Luftschicht zu dünn, dann werden die Ringe unscharf, die Messung wird erschwert, die Durchmesser werden zu groß und überschreiten leicht die Grenze, deren Innehaltung Voraussetzung bei Ableitung der Gleichung (1) ist. Wird andererseits der Abstand zu groß, so wird die Interferenzerscheinung zu lichtschrach, es ergeben



sich zu lange Expositionszeiten. Versuche in dieser Richtung haben mich nicht befriedigt.

Die zweite Methode, von Fabry und Buisson<sup>1)</sup> ersonnen, beruht auf folgender Anordnung. Die beiden versilberten Glasplatten, die zur Messung der Wellenlängen dienen, werden, die Silberschichten einander zugekehrt, so aufeinander gelegt, daß sie sich an einer Stelle des Randes berühren und an der entgegengesetzten durch dünne Glimmerplättchen voneinander getrennt sind. Man erhält so eine äußerst schwach keilförmige versilberte Luftschicht. Läßt man ein paralleles Strahlenbündel homogenen Lichtes auffallen, so beobachtet man in der Keilschicht ein System von hellen und dunklen Streifen: die bekannte Erscheinung der Kurven gleicher Dicke. Wird die Luftschicht von ebenen Flächen begrenzt, so sind die Streifen gerade Linien, die parallel zur optischen Keilkante verlaufen und gleichen Abstand voneinander haben. Man erkennt, daß dieser Abstand von der Wellenlänge des Strahlenbündels abhängt, die größere Wellenlänge hat zur Interferenz einen größeren Gangunterschied nötig als die kleinere, die Streifen der ersteren liegen also weiter auseinander. Für dieselbe Keilschicht gibt also jede Wellenlänge ein besonderes Streifensystem, und wir können dem ersten Streifen, von der Keilkante aus gerechnet die Ordnungszahl 1, dem zweiten die Ordnungszahl 2 usw. geben, so daß an irgend einer Stelle, etwa in der Mitte der Platten, die auch den Wellenlängenmessungen dient, ein beobachteter Streifen einer bestimmten Ordnungszahl  $p$  entspricht. Da die hier beobachtete Interferenzerscheinung sich nicht im Unendlichen, sondern in der Keilschicht selbst abspielt, so kann man die Lage einer bestimmten Linie in bezug auf eine in die Silberschicht eingeritzte Marke — etwa eines kleinen Kreuzes — feststellen und dann die Dicke der Luftschicht an dieser Stelle bestimmen. Zur Erklärung diene Fig. 4. Es seien  $LL'$  die Grenzflächen der Keilschicht mit dem in der Zeichnung weit übertriebenem Keilwinkel  $\alpha$  und der Keilkante  $K$ . Durch die



Fig. 4.

1) H. Buisson und Ch. Fabry, l. c.

senkrechten Striche seien die Interferenzstreifen einer bestimmten Wellenlänge dargestellt, die der Helligkeit entsprechen; die Linien nach der Keilkante zu nennen wir unterhalb, die nach der entgegengesetzten oberhalb der Marke  $m$ . Nun ist offenbar die Dicke der Luftschicht an der Stelle der ersten Linie unterhalb  $m$

$$\delta = p \cdot \frac{\lambda}{2},$$

wenn  $p$  die Ordnungszahl für die beobachtete Wellenlänge  $\lambda$  ist. Mißt man den Abstand  $a$  zweier Streifen für  $\lambda$  bzw.  $\lambda'$  für  $\lambda'$  usf., so berechnet sich der Keilwinkel aus

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\lambda}{2a} = \frac{\lambda'}{2a}, \text{ usf.}$$

und daraus die optische Dicke der Keilschicht an der Stelle der Marke

$$(2) \quad d_1 = p \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} \frac{e}{a} = \frac{\lambda}{2} \left( p + \frac{e}{a} \right)$$

für  $\lambda$ , ebenso findet man die Dicke für  $\lambda'$  usw.

Aus Gleichung (2) läßt sich  $d$  mit Hilfe irgend einer beliebigen Wellenlänge berechnen, und man müßte in allen Fällen denselben Wert erhalten, wenn nicht der Phasensprung vorhanden wäre. Der Unterschied, den man erhält, wenn man die Dicke mit einer roten Linie bestimmt und dann den Versuch mit grünem Lichte aus-

führt, ergibt direkt ein Maß für die Phasenverschiebung. Die Verhältnisse liegen also etwa so, wie es Fig. 5 zeigt: optisch betrachtet gibt es für alle

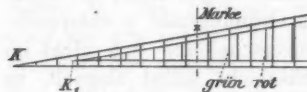


Fig. 5.

Wellenlängen bestimmte Keilschichten, die parallel zueinander liegen. In unserem Falle würde sich die Keilkante des roten Lichtes gegen die des grünen von  $k$  nach  $k_1$  verschoben haben.

Die Versuchsanordnung besteht im folgenden: Man entwirft ein scharfes Bild der Interferenzstreifen, also gleichzeitig auch der Marken auf der photographischen Ebene einer Kamera. Dies geschieht nach Fig. 6 in folgender Weise. Das Licht der Cadmium-Quecksilber-Quarzbogenlampe  $S$  wird durch die Linse  $L_1$  auf das Diaphragma  $D$  geworfen. Von dort



Wellenlängen einer der beiden Lichtsorten im Intervall zwischen zwei benachbarten Koinzidenzen. Allgemein findet man die Periode  $\Pi$  zweier Linien  $\lambda$  und  $\lambda'$ , bezogen auf die eine oder die andere Wellenlänge, wenn man diese durch die Differenz der beiden Wellenlängen dividiert, also bezogen auf  $\lambda$  hat man

$$\Pi_{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda - \lambda'},$$

bezogen auf  $\lambda'$

$$\Pi_{\lambda} = \frac{\lambda'}{\lambda - \lambda'}.$$

Bezogen auf die grüne Cadmiumnormale ergibt sich:

Koinzidenz		
Cd <sub>6083</sub>	— Cd <sub>6438</sub>	$\Pi = 4,76$
"	— Cd <sub>4799</sub>	16,78
"	— Cd <sub>4678</sub>	11,44
"	— Hg <sub>5490</sub>	14,56
"	— Hg <sub>4350</sub>	5,99

d. h.: auf 4,76 grüne Streifen kommt eine Koinzidenz mit der roten Linie  $\lambda = 6438$ , auf 16,78 grüne Streifen eine solche mit  $\lambda = 4799$  usf.

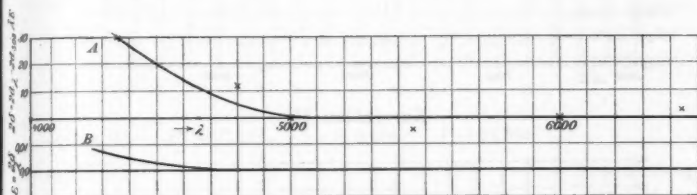
Schon mit dem Auge kann man leicht die Stelle finden, wo etwa eine rot-grüne Koinzidenz vorhanden ist. Man schätzt nach dem Aussehen die Zahl der Perioden, ist diese etwa 10, so findet die Koinzidenz bei der  $10 \times 4,76^{\text{ten}}$  grünen Cadmiumlinie statt, d. h. die unterhalb gelegene Ordnungszahl ist  $p = 47$ . Damit man sicher gehe, macht man die gleiche Beobachtung und Rechnung mit anderen Wellenlängen und muß natürlich für Grün immer die Zahl 47 finden; zugleich hat man dann auch die Ordnungszahlen der übrigen Linien.

In der folgenden Tabelle gebe ich die Zahlen für die optische Dickenänderung bei verschiedenen Wellenlängen, wie sie aus einer Anzahl Messungen gewonnen wurden. Die Platten wurden nach der Methode von Böttger<sup>1)</sup> versilbert, die Schicht war sehr gleichmäßig. Auf diese Silberschicht, die ich bei allen Messungen benutzte, beziehen sich die Zahlen der Tabelle.

Zu jeder Messung gehört eine besondere Aufnahme, die alle unter geänderten Bedingungen (Verstellen des Keilswinkels,

1) Fr. Kohlrausch, Praktische Physik, 1905. 10. Aufl. p. 37.

Verschiebung des Keils gegen den Strahlengang usw.) erhalten wurden. Die Messung ist sehr schwierig; geringe Fehler in der Bestimmung des Streifenabstandes und der Markenentfernung beeinträchtigen sehr stark das Resultat. Daher kommt es auch, daß die einzelnen Reihen unter sich erhebliche Abweichungen zeigen, doch dürfte das Mittel bis auf  $\pm 10 \text{ \AA.-E.}$  richtig sein, eine Genauigkeit, die vollständig ausreicht, um die dritte Dezimale der  $\text{\AA.-E.}$  sicher zu stellen. Kurvenblatt I gibt die Korrektur  $\epsilon$  für alle zwischenliegenden Wellenlängen.



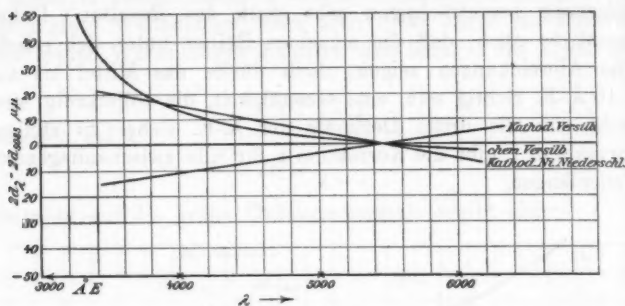
Kurvenblatt I.

Tabelle für den Phasensprung:

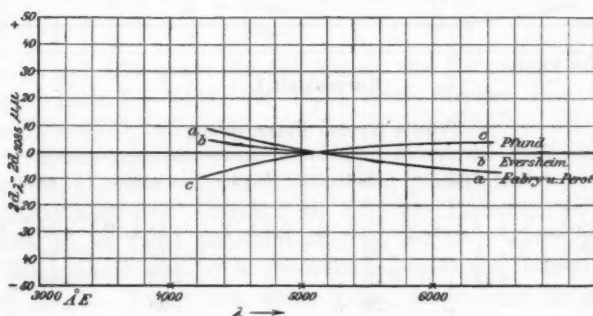
$\lambda = 6438$	5461	5085	4800	4358
$2d_\lambda - 2d_{5085} = + 5 \text{ \AA.-E.}$	$+ 10 \text{ \AA.-E.}$	$0,0 \text{ \AA.-E.}$	$+ 50 \text{ \AA.-E.}$	$+ 60 \text{ \AA.-E.}$
+ 5 „	- 20 „		- 15 „	+ 30 „
+ 35 „	+ 15 „		+ 15 „	+ 20 „
- 5 „	- 20 „		+ 30 „	+ 25 „
- 10 „	- 5 „		- 25 „	+ 5 „
- 10 „	- 10 „		+ 20 „	+ 35 „
Mittel: $= + 3 \text{ \AA.-E.}$	$- 5 \text{ \AA.-E.}$	$0,0 \text{ \AA.-E.}$	$+ 12 \text{ \AA.-E.}$	$+ 30 \text{ \AA.-E.}$

Zum Vergleich gebe ich in Kurvenblatt II—III die Kurven anderer Beobachter wieder. Diese Kurven sind alle auf denselben Maßstab bezogen, und man erkennt, wie außerordentlich verschieden der Verlauf der Phasenänderung ist, selbst dort, wo es sich um die gleiche Art der Herstellung der Silberschicht handelt. Kurvenblatt II zeigt die Verhältnisse für chemische und kathodische Versilberung, sowie für den kathodischen Niederschlag von Nickel; diese Kurven benutzten

Fabry und Buisson<sup>1)</sup> bei ihren Versuchen. Kurvenblatt III zeigt die Kurven anderer im Vergleich zu der meinigen; sie beziehen sich alle auf chemische Versilberung. Während in einer



Kurvenblatt II.



Kurvenblatt III.

früheren Arbeit von Fabry und Perot<sup>2)</sup> die Kurve wenigstens dem Vorzeichen nach mit der meinigen übereinstimmt, zeigt der Kurvenzug von Pfund<sup>3)</sup> den entgegengesetzten Verlauf.

Der Einfluß der Phasenänderung ist, wie man sieht, bei meiner Silberschicht außerordentlich gering, nach Rot zu ist er gleich Null. Ein ganz ähnliches Verhalten findet auch Lord

1) Ch. Fabry u. H. Buisson, l. c.

2) Ch. Fabry u. A. Perot, *Astrophys. Journ.* 1. p. 95. 1902.

3) A. H. Pfund, *Wave-Lengths of Iron Standard*, *Astroph. Journ.* 28. p. 208. 1908.

Rayleigh<sup>1)</sup> in einer späteren Arbeit über „weitere Messungen von Wellenlängen usw.“ Dort gibt er an, daß die Phasenverschiebung zwischen rotem und grünem Lichte bei seiner Versilberung kaum merkbar sei. Ferner stimmt dies vollständig überein mit Zahlen, die zwischen Cd rot und Cd grün durch direkten Vergleich von mir erhalten wurden. Aus den zahlreichen Versuchen teile ich folgende Daten mit.

Cd rot, bezogen auf Cd grün: ( $\varepsilon = 0$ ):

8. Dez. 08:	$P' = 17224$ ,	$\varepsilon = +0,004$ ;	$P = 21805$	} Zerlegung mit Gitter nach der Interferenz.
	3	0	4	
	2	0	3	
20. Dez. 08:	$P' = 17223$ ,	$\varepsilon = +0,006$ ;	$P = 21804$	} Zerlegung mit Gitter nach der Interferenz.
	2	4	3	
	1	0	2	
21. Dez. 08:	$P' = 17224$ ,	$\varepsilon = +0,004$ ;	$P = 21805$	} Absonderung der Licht- sorte vor der Interferenz.
	3	6	4	
	2	0	3	
31. Dez. 08:	$P' = 17226$ ,	$\varepsilon = +0,004$ ;	$P = 21809$	} Absonderung der Licht- sorte vor der Interferenz.
	5	—	8	
	4	—	7	

Die beiden ersten Versuchsreihen werden ausgeführt nach der oben beschriebenen Methode mit Gitter, die Zahlen der letzten Reihen wurden dagegen auf direktem Wege erhalten. Dazu wurde die Kamera mit Linse hinter die Interferenzplatten gestellt und die beiden Wellenlängen des Cadmiumlichtes kurz nacheinander photographiert, indem eine jede durch Lichtfilter abgesondert wurde.

#### Fehler in der optischen Anordnung.

Wenn man gezwungen ist, mit Linsen zu arbeiten, macht sich der Übelstand der Chromasie geltend. Durch achromatische Linsensysteme kann man zwar die Fehler vermindern; da es aber kein vollständig achromatisches System gibt, so lassen sich Störungen auch bei bester achromatischer Aufstellung nicht beseitigen. Kann man mit einfachen Linsen die optischen Verhältnisse so ausbilden, daß die Fehler der

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (6) 15. p. 549. 1908.

Chromasie vollständig ausscheiden, so ist es offenbar besser, solche zu wählen, obwohl dann unter Umständen die Schärfe der Erscheinung leidet. Ich schlug bei meinen Versuchen den letzteren Weg ein und rüstete nur die Kamera mit einer achromatischen Linse aus.

Bei Anwendung einfacher Linsen können sich aber unter Umständen eigentümliche Fehler einstellen. Wie ich bei Besprechung des Zahlenmaterials ausführlich zeigen werde, benutzte ich zur Berechnung der Wellenlängen von jeder Aufnahme drei nahe dem Zentrum gelegene Ringe. Dabei zeigte sich anfangs, daß die Werte der berechneten Wellenlänge aus dem ersten, zweiten und dritten Ring regelmäßig anwuchsen und zwar am auffallendsten dann, wenn man zwei Linien mit-

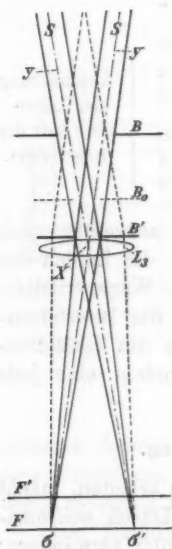


Fig. 8.

einander verglich, die im Spektrum weit auseinander liegen, also etwa eine rote Eisenlinie mittels der grünen Cd-Linie berechnen wollte. Die Werteänderung war enorm, sie schwankte zwischen 0,0 und 0,02 Å.-E. Solche Zahlen waren natürlich wertlos und es war notwendig, nach der Ursache der Erscheinung zu forschen. Es zeigte sich, daß die eigentümlichen Abweichungen nur dann stark auftraten, wenn die Blende der Linse, durch die die Ringe abgebildet werden, sehr groß war. Verfolgt man nach Fig. 8 den Strahlengang genau, so ergibt sich die Erklärung und zugleich das Mittel, den Fehler zu beseitigen. Wegen der unvermeidlichen Unregelmäßigkeit im Abstände der versilberten Platten, hervorgerufen durch Wolkenbildung bei der Versilberung, durch die Unmöglichkeit, Platten mathematisch genau eben zu schleifen, ist man genötigt, einen sehr kleinen durch die Blende *B* (ca. 8 mm Öffnung) ab-

gegrenzten Bereich im Zentrum des Plattenpaares zu benutzen. Damit auch bei unscharfem Einstellen, eine notwendige Folge der Chromasie, die Ringe symmetrisch zu der durch einen Hauptpunkt der Linse gehenden optischen Achse *y* bzw. *y'*



abgebildet werden, sind mehrere Bedingungen zu erfüllen. Es stellen  $SS'$  zwei Strahlenbündel für rotes Licht dar, die durch die Interferenzplatten zur Linse  $L_3$  gelangen, in deren Brennebene  $F$  zwei gegenüberliegende Ringsegmente  $\sigma\sigma'$  abgebildet werden. Aus dem auffallenden Bündel wird zunächst durch die Blende  $B$ , die vor dem Interferometer steht, ein Teil der Strahlen abgeblendet, der Rest gelangt zur Blende  $B'$ , die sich, soweit man dies erreichen kann, mit der Linse  $L_3$  im Kreuzungspunkte  $X$  des konvergierenden Strahlenbündels  $SS'$  befindet. Wie man sieht, werden bei dieser Aufstellung die Strahlenbündel symmetrisch zu ihrer Achse  $y$  und  $y'$  herausgeschnitten. Denkt man sich nun die Linsenblende nach oben verschoben, etwa an die punktierte Stelle  $B_0$  gerückt, so werden vom rechtem Strahlenbündel ein Teil der Strahlen, die rechts, vom linken ein Teil der Strahlen, die links von der Achse liegen, abgeschnitten. Die Folge davon ist, daß in jeder Brennebene, die nicht mit  $F$  zusammenfällt, die Ringelemente für rotes Licht unsymmetrisch abgebildet werden: in der Brennebene  $F'$ , die etwa grünem Lichte entspricht, erscheint der Ringdurchmesser für Licht längerer Wellenlänge zu groß. Das umgekehrte Verhältnis tritt ein, wenn man die Blende mit Linse unterhalb der Kreuzungsstelle  $X$  anbringt. Ferner erkennt man leicht, daß ein ganz ähnlicher Effekt stattfinden muß, wenn mit der Linse  $L_3$  die erwähnten Verschiebungen vorgenommen werden, da in diesem Falle die Achsen  $y$  und  $y'$  nicht durch die Linsenmitte hindurch gehen. Da endlich durch die Interferometerblende  $B$  die Ausdehnung des einfallenden Strahlenbündels begrenzt ist, so darf die Linsenblende keine zu große Öffnung besitzen, da sonst, wie dies die punktierten Linien in der Fig. 8 andeuten, ebenfalls Unsymmetrie eintritt. Sämtliche Fehler werden um so größer, je größer der Ringdurchmesser ist, also je geneigter die Strahlen in den Apparat fallen.

Bei Beobachtung der hier mitgeteilten Regeln erhält man selbst für einen größeren Spektralbereich die richtigen Werte für die Ringdurchmesser; wo auch immer, den verschiedenen Wellenlängen entsprechend, die Brennebenen für die Lichtstrahlen liegen mögen, stets wird der Verlauf der Strahlen durch die Linsenmitte, also symmetrisch zur optischen

Achse erfolgen. Bei passender Wahl der Blende, von 3—4 mm Durchmesser, verschwand die oben erwähnte Unregelmäßigkeit, die sich deutlich als „Gang“ zu erkennen gab, vollständig.

Die Berechnung mittels dreier aufeinanderfolgender Ringe liefert überhaupt ein vorzügliches Mittel, die Resultate zu kontrollieren. Jedesmal dann, wenn ein solcher Gang erscheint, ist ein Fehler in der Anordnung entstanden, und die Zahlen sind zu verwerfen, der Apparat zu kontrollieren, die Justierung zu ändern, bis sämtliche Werte gut übereinstimmen. Ein solcher Gang kann auch noch aus einer anderen Ursache entstehen. Man muß nämlich unter allen Umständen dafür sorgen, daß die Kamera so scharf wie möglich in allen Teilen des Spektrums, das man photographieren will, auf die im Spalt befindliche Marke eingestellt werde. Ist das nicht der Fall, so photographiert man nicht das dem wirklichen Fadenabstand entsprechende Bild, sondern ein solches, das einem vor oder hinter der Marke befindlichen Fadenabstande entspricht. Da man aber die Marke in der Ebene, wo sie wirklich liegt, mit der Teilmaschine ausmißt, und daraus die Verhältniszahl zum Umrechnen der Ringe bildet, so müssen diese auch notwendig in der Markenebene liegen. Ist dies nur einseitig, etwa für Rot der Fall, so rechnet man die roten Ringe auf die natürliche Größe um; für kürzere Wellen dagegen stimmt die Verhältniszahl nicht, es entstehen Fehler, die um so größer werden, je kürzer die Wellenlängen der Linien sind und je größer ihre Ringdurchmesser werden.

#### Das Zahlenmaterial und die Versuchsergebnisse.

Jede Linie wurde aus sechs verschiedenen Zahlenwerten berechnet und als Endresultat deren Mittelwert eingesetzt. Zur Gewinnung dieser Zahlenwerte dienten zwei verschiedene Aufnahmen, bei denen dann die drei innersten Ringe gemessen wurden. Es war dafür Sorge getragen, daß die Aufnahmen unter veränderten Bedingungen vorgenommen wurden, indem die optische Aufstellung oder auch die Interferenzplatten neu justiert wurden. Diesen beiden Aufnahmen entsprachen natürlich völlig verschiedene Zahlen, nach deren Berechnung sich aber gut übereinstimmende Werte für die Wellenlängen

ergaben. Daß Linien von größerer Intensität dabei bessere Werte lieferten als solche, die im Spektrum nur schwach hervortraten, ist ganz natürlich. Ich habe deshalb, damit man ein Urteil über die Genauigkeit der Messung gewinne, zu jeder Wellenlänge den zugehörigen wahrscheinlichen Fehler angegeben, so wie er sich aus den sechs Messungen ergab. Wie die Tabellen p. 837 u. 838 zeigen, erreicht der mittlere Fehler nur in vereinzelt Fällen den Betrag von 0,001 Å.-E. und darüber. Ich halte es ferner zur Beurteilung der Zahlen für angebracht, hier noch zwei vollständig ausgerechnete Beispiele folgen zu lassen. Das erste bezieht sich auf eine gut meßbare Linie, das zweite auf eine mit schwachem Lichte, deren Interferenzringe demnach nicht so deutlich photographiert werden konnten. Die Längenmessungen beziehen sich auf den Schraubengang der Teilmaschine, wo  $s = \frac{1}{3}$  mm ist. Jeder Ringdurchmesser wurde mit dieser Maschine sechsmal gemessen und der Mittelwert der Rechnung zugrunde gelegt: für jede einzelne Linie waren demnach 36 Messungen erforderlich.

Die Ringe konnten mit einer Genauigkeit gemessen werden, derartig, daß bei einem mittleren Durchmesser von 30 Schraubengängen die zweite Dezimale als sicher gelten kann. Diese Genauigkeit reicht hin, um die tausendstel Å.-E. zu berechnen.

In den beiden Beispielen bedeuten:

- $\lambda$  = die Wellenlänge für die Vergleichslinie,
- $\lambda'$  = " " " " zu messende Linie,
- $P$  = die Ordnungszahl von  $\lambda$ ,
- $P'$  = " " "  $\lambda'$ ,
- $D$  = den Ringdurchmesser von  $\lambda$ ,
- $D'$  = " " "  $\lambda'$ ,
- $R$  = die Brennweite der Linse vor dem Spalt,
- $l_0$  = den Markenabstand am Spalt,
- $l$  = " " von  $\lambda$  auf der Platte,
- $l'$  = " " "  $\lambda'$  " " "
- $K$  = den Klammerausdruck in Gleichung (1),
- $s$  = den Einfluß der Phasenverschiebung im Bruchteil von  $P'$ ,
- $t$  = Temperatur bei der Aufnahme,
- $b$  = Barometerstand bei der Aufnahme, reduziert auf 0°.

I.  $\lambda' = 4282,407$  nach Fabry und Buisson, bei  $15^\circ$  760 Barometerstand und trockener Luft.  $\lambda = 4859,758$  berechnet nach Cd,  $\lambda = 5085,822$ .

## A. Aufnahme vom 25./II. 1909.

$$t = 18,4$$

$$b = 763,0$$

$$D = \begin{cases} 25,685 & \text{1. Ring} \\ 30,305 & \text{2. „} \\ 34,310 & \text{3. „} \end{cases} \quad D' = \begin{cases} 24,105 \\ 28,530 \\ 32,310 \end{cases}$$

$$l_0 = 13,610$$

$$l = 19,485; \quad l' = 19,615$$

$$R = 597,75$$

$$P = \begin{cases} 22813 \\ 2 \\ 1 \end{cases} \quad P' = \begin{cases} 25889 \\ 8 \\ 7 \end{cases}$$

$$K = \begin{cases} 1) 1,0000064 \\ 85 \\ 108 \end{cases}$$

$$\varepsilon = + 0,01$$

daraus

$$\lambda' = 4282,408 \\ 7 \\ 7$$

## B. Aufnahme vom 26./II. 1909.

$$t = 18,1$$

$$b = 760,0$$

$$D = \begin{cases} 25,510 \\ 30,170 \\ 34,110 \end{cases} \quad D' = \begin{cases} 23,980 \\ 28,270 \\ 32,020 \end{cases}$$

$$l_0 = 13,610$$

$$l = 19,380; \quad l' = 19,470$$

$$R = 597,75$$

$P$  und  $P'$  wie links

$$K = \begin{cases} 1,0000059 \\ 92 \\ 124 \end{cases}$$

$$\lambda' = 4282,408 \\ 9 \\ 10$$

Mittelwert:  $\lambda' = 4282,408$ .

Mittlerer wahrscheinlicher Fehler =  $0,0005 \text{ \AA.-E.}$

II.  $\lambda' = 6335,343$  nach Fabry und Buisson.  $\lambda = 6494,994$  berechnet nach  $\lambda = 6438,470$ .

## A. Aufnahme vom 18./II. 1909.

$$t = 18,1$$

$$b = 760$$

$$D = \begin{cases} 27,250 & \text{1. Ring} \\ 32,680 & \text{2. „} \\ 37,335 & \text{3. „} \end{cases} \quad D' = \begin{cases} 27,740 \\ 33,035 \\ 37,445 \end{cases}$$

$$l_0 = 13,600$$

$$l = 18,900; \quad l' = 18,725$$

$$R = 598,50$$

$$P = \begin{cases} 17069 \\ 8 \\ 7 \end{cases} \quad P' = \begin{cases} 17499 \\ 8 \\ 7 \end{cases}$$

$$K = \begin{cases} 0,9999967 \\ 67 \\ 73 \end{cases}$$

$$\varepsilon = 0,0$$

daraus

$$\lambda' = 6335,347 \\ 36 \\ 37$$

## B. Aufnahme vom 20./II. 1909.

$$t = 15,8$$

$$b = 770$$

$$D = \begin{cases} 26,265 \\ 32,370 \\ 37,440 \end{cases} \quad D' = \begin{cases} 26,930 \\ 32,555 \\ 37,485 \end{cases}$$

$$l_0 = 13,600$$

$$l = 19,660; \quad l' = 19,435$$

$$R = 601,50$$

$P$  und  $P'$  wie links

$$K = \begin{cases} 0,9999963 \\ 73 \\ 75 \end{cases}$$

$$\lambda' = 6335,343 \\ 48 \\ 39$$

Mittelwert:  $\lambda = 6335,343$ .

Mittlerer wahrscheinlicher Fehler =  $0,001 \text{ \AA.-E.}$

## Versuchsergebnisse.

Eversheim	Fabry u. Buisson	Differenz	Wahrscheinlicher Fehler
4282,408	407	+ 0,001 Å. E.	0,0005 Å.-E.
4315,089	089	0 "	5 "
4352,741	741	0 "	5 "
4375,934	935	- 1 "	6 "
4427,813	814	- 1 "	6 "
4466,557	554	+ 3 "	5 "
4494,571	572	- 1 "	4 "
4528,622	—	—	4 "
4547,853	854	- 1 "	6 "
4592,658	658	0 "	5 "
4602,948	944	+ 4 "	4 "
4647,441	497	+ 4 "	4 "
4691,419	—	—	6 "
4707,292	287	+ 5 "	7 "
4736,787	785	+ 2 "	10 " mit Gitter
4754,049 Mn	046	+ 3 "	7 "
4789,658	657	+ 1 "	10 "
4823,523 Mn	521	+ 2 "	6 "
4859,758	756	+ 2 "	6 "
4878,224	226	- 2 "	8 "
4903,327	324	+ 3 "	4 "
4919,007	006	+ 1 "	3 "
4966,105	104	+ 1 "	7 "
5001,885	880	+ 5 "	8 "
5012,074	072	+ 2 "	6 "
5049,827	827	0 "	6 "
5083,346	343	+ 3 "	8 "
5110,414	415	- 1 "	8 "
5167,491	492	- 1 "	6 "
5191,473	—	—	10 "
5232,958	958	0 "	5 "
5266,569	568	+ 1 "	20 " mit Gitter
5302,316	316	0 "	5 "
5324,196	195	+ 1 "	5 "
5371,493	498	- 5 "	8 "
5405,780	780	0 "	10 "
5434,524	530	- 6 "	5 "
5455,611	616	- 5 "	8 "
5497,523	521	+ 2 "	6 "

Eversheim	Fabry u. Buisson	Differenz	Wahrscheinlicher Fehler
5506,785	783	+ 0,002 Å.-E.	0,0007 Å. E.
5569,636	632	+ 4 "	6 "
5586,773	770	+ 3 "	4 "
5615,662	658	+ 4 "	8 "
5658,838	835	+ 3 "	10 "
5763,013	013	0 "	8 "
5826,294 Ba	—	—	3 "
5857,759 Ni	759	0 "	10 "
5892,881 Ni	881	0 "	5 "
5971,715 Ba	—	—	6 "
5997,102 Ba	—	—	5 "
6065,493	493	0 "	7 "
6108,121 Ni	—	—	4 "
6191,568	569	— 1 "	5 "
6230,736	732	+ 4 "	5 "
6318,028	029	— 1 "	7 "
6335,342	343	— 1 "	10 "
6393,613	612	+ 1 "	6 "
6430,862	859	+ 3 "	6 "
6494,994	994	0 "	7 "
6546,252	—	—	12 "
6592,931	—	—	8 "
6678,008	—	—	10 "
6750,162	—	—	10 "
6945,223	—	—	25 "

Vergleicht man die hier mitgeteilten Zahlen mit denen von Fabry und Buisson, so zeigen sie im allgemeinen recht gute Übereinstimmung. In den Fällen, wo die Differenz nur wenige Tausendstel einer Å.-E. beträgt, wird man ohne weiteres den Mittelwert einsetzen und diese Zahlen mit denen völliger Übereinstimmung als Normale betrachten dürfen, die vom wahren Werte, wenn sie ihn nicht wirklich erreichen, doch nur unerheblich abweichen; die Forderung der Internationalen Union wäre somit erfüllt.

Diejenigen Zahlen indessen, die Abweichungen bis zu 5 oder 6 tausendstel Å.-E. zeigen, werden wohl nicht ohne weiteres durch Mittelnehmen berichtigt werden können, da sich nicht entscheiden läßt, woher die Abweichung stammt.

Die volle Entscheidung wird man wahrscheinlich erst dann treffen können, wenn von dritter Seite vollständige Messungen vorliegen.

In dem Spektralbereich von  $\lambda = 5660$ — $6100$  besitzt das Fe-Spektrum nur sehr wenige Linien, die der Messung zugänglich sind. Das Vorhandensein eines nahezu kontinuierlichen Untergrundes stört sehr stark die Interferenzbildung auch solcher Linien, die überhaupt kräftig hervortreten. Fabry und Buisson bestimmten deshalb für diese Stelle die Wellenlängen einiger Nickellinien. Nicht alle diese Nickellinien zeigten bei meinen Versuchen hinreichende Schärfe, um eine Messung mit Sicherheit durchführen zu können. Ich bestimmte deshalb noch einige Wellenlängen aus dem Bariumspektrum, das in diesem Bereich sehr schöne Linien besitzt.

Die beiden Linien  $\lambda = 4736$  und  $\lambda = 5266$  waren ebenfalls ungeeignet für die Messung, die eine, weil sie zu lichtschwach war, die andere, weil sie nicht genügend von der Nachbarlinie getrennt werden konnte. Die Linien wurden mit guten Gitteraufnahmen in der zweiten Ordnung geprüft. Herr Geheimrat Kayser war so liebenswürdig, die Messung durchzuführen und dabei zeigte sich, daß Gittermessungen, sofern sie den Bereich von  $100 \text{ \AA.-E.}$  nicht erheblich überschreiten, außerordentlich gute Resultate liefern. Bei Aufnahmen mit sorgfältiger Justierung in der zweiten Ordnung betrugen die Abweichungen von Messungen an verschiedenen Platten nur wenige Tausendstel einer  $\text{\AA.-E.}$ , so daß sich die dritte Stelle als sicher ergab. Die unbekannte Linie wurde dabei aus zwei benachbarten, die als Normale dienten, berechnet, meistens durch Interpolation, selten durch Extrapolieren. Derartige Kontrollmessungen bieten ein ausgezeichnetes Mittel, immer da die Entscheidung zu treffen, wo sprunghafte Abweichungen vorliegen; systematische Messungen dieser Art werden deshalb zurzeit bei uns ausgeführt.

Den noch fehlenden Teil des Normalsystems für die kurzen Wellen werde ich folgen lassen, sobald die erforderlichen Messungen von mir fertiggestellt sind.

Bonn, im Oktober 1909.

(Eingegangen 15. Oktober 1909.)

**9. Berichtigung zu der Arbeit:  
Die Theorie des starren Elektrons  
in der Kinematik des Relativitätsprinzips;  
von Max Born.**

---

In § 13, p. 54, der in den Ann. d. Phys. 30. p. 1. 1909 erschienenen, oben genannten Arbeit ist in der Formel (161) sowie einige Zeilen darunter  $4\pi U$  durch  $8\pi U$  zu ersetzen. Demgemäß muß die Formel (162) lauten:

$$(162) \quad \mu_0 = \frac{4}{3c^2} U.$$

(Eingegangen 30. Oktober 1909.)

---



101  
102  
103

104

105

106

107

108

109

110

111

112

113

114

115

116

117

118

119

120

121

122

123

124

125

126

127

128

129

130

131

132

133

134

135

136

137